

## UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL - PET - MATEMÁTICA

# **RESOLUÇÃO ANALÍTICA** DA **PROVA DO ENEM 2009**

TUTOR: Prof. Dr. DANIEL CORDEIRO DE MORAIS FILHO **BOLSISTAS:** 

> Alan de Araújo Guimarães Jogli Gidel da Silva Araújo **Lorena Brizza Soares Freitas** Marcella Luanna da Silva Lima Mário Sérgio Alves Ferreira

> > **CAMPINA GRANDE, PB**



### **APRESENTAÇÃO**

Nesses últimos tempos muito se tem falado sobre o ENEM -Exame Nacional do Ensino Médio, mas pouca gente teve oportunidade de analisar as provas desse exame com minúcias. O Grupo PET-Matemática-UFCG, como parte de suas atividades, resolveu toda a prova do ano de 2009 e produziu um texto com essa resolução e uma tabela com a Análise Percentual Quantitativa da prova acerca de certas características que observamos se repetir em várias questões.

Nosso trabalho é técnico e nos privamos de emitir qualquer julgamento de valor sobre a prova.

Esperamos que toda comunidade da UFCG e externa a ela, principalmente alunos, professores do Ensino Médio e demais interessados, possam utilizar nosso trabalho.

Com essa atividade esperamos estar colaborando com a melhoria do nosso ensino.

Uma observação: o nome de cada bolsista consta ao lado de cada questão que resolveu, isso indica que a redação do texto não é uniformizada e as características individuais de cada sobre a prova foram preservada.

Bom proveito.

Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho Tutor PET-Matemática UFCG

### **RESOLUÇÃO COMENTADA DA PROVA:**

### Questão 136 (Marcella Luanna)

O mapa ao lado representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros. Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?

A) 25 min B) 15 min. C) 2,5 min D) 1,5 min. E) 0,15 min.

#### Comentário sobre o enunciado

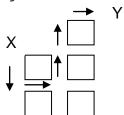
Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados fornecidos são todos utilizados e, além disso, apresenta uma linguagem clara, possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

o Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão do **Ensino Médio** 



Nesta questão não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas são usados regra de três simples e conversão de km para m e de h para min.

#### Resolução



O lado do quadrado mede 200 metros. Como queremos o tempo que um ônibus, partindo do ponto X, levaria para chegar ao ponto Y, então temos 5 setas que nos levam ao ponto Y. Como cada seta equivale a um dos lados do quadrado, temos  $200m \times 5 = 1000 \, m$ , distância que equivale a 1 km. Sabendo também que o ônibus anda com velocidade constante igual a 40 km/h, montamos uma regra de três simples:

$$40 km \rightarrow 1h$$

$$1 km \rightarrow x$$

$$40x = 1$$

$$x = \frac{1}{40} h$$

Como a resposta é pedida em minutos, então:

$$\frac{1}{40} \times 60 = \frac{60}{40} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ minutos}$$

Logo, a resposta é letra "d".

#### Grau de dificuldade Fácil.

#### Questão 137 (Lorena Brizza)

Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001. O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.





Disponível em: http://www.ntu.org.br. Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a:

- A) 355 milhões B) 400 milhões C) 426 milhões
- D) 441 milhões E) 477 milhões.

#### Comentário sobre o enunciado

A ênfase da questão é dada ao gráfico e a leitura dele é indispensável para que o candidato possa resolvê-la de forma tranqüila. Entretanto, consideramos que não está apresentado de forma coerente, pois informações importantes aparecem como observações irrelevantes. Vejamos como isso pode dificultar o entendimento da questão:

Ao calcularmos o valor de V (tamanho da frota de veículos), descobrimos que V = 0,805 que é um valor menor do que um, mas como pode-se ter o tamanho da frota de veículos menor do que um?

Se a observação que vem no rodapé do gráfico (\*\*) fosse mais explicita esse questionamento não surgiria, pode-se notar que o valor V encontrado é na verdade v/25, portanto, ao encontramos V = 0,805 esse valor está dividido por 25.

Se o candidato utilizar o valor 322 milhões em vez de 321,9 milhões, facilitará os cálculos. Este tipo de atitude dos elaboradores da prova é louvável, pois beneficia aqueles candidatos mais preparados.

Porém, se o candidato optar por fazer as contas utilizando o valor 321,9 milhões, terá que realizar muitos cálculos com números decimais, o que foge um pouco do objetivo da prova, que é levar o candidato a interpretar problemas e a trabalhar seu raciocínio lógico.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum assunto específico do Ensino Médio apenas, interpretação de gráfico e operações com números decimais.



### o Resolução

Como o índice de produtividade, segundo o enunciado da questão, é a razão entre o total de passageiros por dia e o tamanho da frota de veículos, temos:

$$I = \frac{P}{V}$$
,

Onde *I*: índice de produtividade, *P*: total de passageiros e *V*: tamanho da frota de veículos.

Pelos dados da questão, em abril de 2001  $P = 321,9 \cong 322$  milhões de passageiros e I = 400 passageiros/veículo, logo:

$$400 = \frac{322}{V} \Rightarrow V = \frac{322}{400} = 0.805 \text{ Veículos}.$$

Supondo que as frotas totais de veículos em abril de 2001 e em outubro de 2008 são do mesmo tamanho, e, sabendo que em outubro de 2008 I = 411, temos:

$$411 = \frac{P}{0,805} \Rightarrow P \cong 355 \text{ Milhões de passageiros}$$

Logo, a resposta é letra "a".

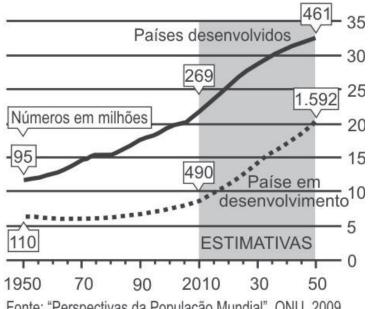
 Grau de dificuldade Médio.



#### **Questão 138 e 139**

#### Texto para as questões 138 e 139

A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: "Perspectivas da População Mundial", ONU, 2009 Disponível em: www.economist.com. Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).



### Questão 138 (Jogli Gidel)

Em 2050, a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade, na população dos países desenvolvidos, será um número mais próximo de:

A)1/2 C) 8/25 B) 7/20 D)1/5 E)3/25

#### Comentário sobre o enunciado

- -Raramente questões de Matemática contém textos longos, isso é um privilégio das Ciências Humanas.
- -Em geral, questões de probabilidade do Ensino Médio não envolvem dados geográficos, estatísticos, etc. A princípio, esses tópicos são estudados na Estatística Inferencial e também, questões desse tipo têm uma sutileza, o espaço amostral é consideravelmente grande. Sendo assim, a questão fica um pouco vaga, pois nem ao menos fala na existência de erros, etc.
- A questão também é de fácil entendimento para candidatos do Ensino Fundamental.
- -Na maioria dos casos, a CONTEXTUALIZAÇÃO pode atrapalhar ou ser inadequado para um candidato raciocinar, pois, grosso modo, questões boas de Matemática devem ser concisas, refinadas e precisas. Por isso, a referida questão não está boa, por não conter tais ingredientes (concisão, refinação e precisão).
- -Nessa questão, pode haver confusão. Probabilidade é a mesma coisa que porcentagem?

Esses conceitos devem ser diferenciados, pois a princípio, de uma maneira informal, probabilidade está relacionada à chance de ocorrer um determinado evento, enquanto a porcentagem está associada à fração de um todo, por exemplo.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Probabilidade

#### Resolução

Seja P a população total. Como 461 milhões representa aproximadamente 32% de P, ou seja, uma porcentagem de idosos, então a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade é aproximadamente 32%.

Logo a alternativa que mais se assemelha a 32% é a letra 'c'.

#### o Grau de dificuldade

Fácil



### **Questão139 (Alan Guimarães)**

#### Enunciado

Suponha que o modelo exponencial  $y = 363e^{0.03x}$ , em que x = 0 corresponde ao ano 2000, x = 1 corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x, seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando e<sup>0,3</sup> = 1,35, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre:

- A)490 e 510 milhões.
- B) 550 e 620 milhões.
- C) 780 e 800 milhões.
- D) 810 e 860 milhões.
- E) 870 e 910 milhões.

#### Comentário sobre o enunciado

Relativamente às demais questões da prova, consideramos essa questão concisa. Ela também é clara, permitindo ao candidato identificar plenamente a condição, os dados e a incógnita do problema. Não obstante, há um descuido em certo trecho de seu enunciado. Nele é dito que "y é a população em milhões de habitantes no ano x". Na verdade, y é a população em milhões de habitantes no ano correspondente ao valor x, pois, no problema, o número x não denota o ano em que a população é y, mas sua dezena. Além disso, o texto que antecede esta questão (intitulado "Texto para as questões 138 e 139") não tem utilidade alguma para solucioná-la.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão Cálculo do valor de uma função do tipo exponencial.

#### Resolução

Em 2030, a população de idosos será:

$$y = 363e^{0.03(30)} \Rightarrow$$

$$y = 363(e^{0.3})^3 \Rightarrow$$

$$y = 363(1.35)^3 \Rightarrow$$

$$y \cong 907.5 \text{milhões}$$

#### o Grau de dificuldade

Fácil.



### Questão 140 (Marcella Luanna)

O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que AB = BC/2, Antônio demarcou uma área guadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual AE = AB/5 é lado do quadrado.



Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele:

- A) duplicasse a medida do lado do guadrado.
- B) triplicasse a medida do lado do quadrado.
- C) triplicasse a área do quadrado.
- D) ampliasse a medida do lado do quadrado em 4%.
- E) ampliasse a área do quadrado em 4%.

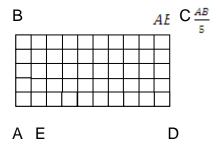
#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão

Não há assunto específico do ensino médio, apenas são usados os assuntos de cálculos de áreas de quadrado e de retângulo e o assunto de regra de três simples.

#### Resolução:



100% → 50 quadradinhos

94% → x quadradinhos

100x = 4700

x = 47 quadradinhos



Logo, a área definida por Antônio atingirá exatamente o limite determinado pela condição se ele triplicar a área do quadrado, pois temos, pela condição, que 47 quadradinhos são para preservação ambiental e como no retângulo há 50 quadradinhos, então, sobrarão 3 quadradinhos que será a área definida por Antônio, ou seja:

Com o 1º quadradinho, temos a seguinte área do quadrado de lado <sup>AB</sup>/<sub>5</sub>:

$$A_1 = \left(\frac{AB}{5}\right)^2$$

■ Juntando o 1ª quadradinho com o 2º, temos a área de um retângulo de base  $2\frac{AB}{5}$  e de altura  $\frac{AB}{5}$ :

$$A_2 = 2\left(\frac{AB}{5}\right)^2$$

■ Juntando o 3º quadradinho com o 1º e o 2º, temos a área de um retângulo de base  $3\frac{AB}{5}$  e de altura  $\frac{AB}{5}$ :

$$A_2 = 3\left(\frac{AB}{5}\right)^2$$

Assim, para Antônio atingir exatamente o limite determinado pela condição, a área de seu terreno deverá ser triplicada. Logo, a resposta é letra "c".

 Grau de dificuldade Fácil.



### Questão 141 (Lorena Brizza)

Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodísel ao óleo dísel comercializado nos postos. A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodísel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodísel, bem como possibilita a redução da importação de dísel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final dísel/biodísel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodísel com a adição de 3%?

- A) 27,75 milhões de litros.
- B) 37,00 milhões de litros.
- C) 231,25 milhões de litros.
- D) 693,75 milhões de litros.
- E) 888,00 milhões de litros.

#### Comentário sobre o enunciado

A questão é resolvida de modo parecido com o apresentado na questão 137. Podemos notar que o parágrafo inicial apesar de informar ao candidato do que se trata a questão, não é usado em nenhum momento para resolvê-la, então não se faz necessário um texto tão extenso uma vez cansa o candidato e foge do objetivo real da prova.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum conteúdo específico do Ensino Médio, apenas operações com números decimais e porcentagem que são assuntos do Ensino Fundamental .

#### Resolução:

Sabemos que com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009, ou seja:

$$\frac{4}{100}$$
 V = 925  $\Rightarrow$  0,04V = 925  $\Rightarrow$  V =  $\frac{925}{0.04}$   $\Rightarrow$  V = 23125 Milhões de Litros.

Onde V: volume da mistura final.

Considerando-se essa estimativa para o mesmo volume da mistura final temos então que com a adição de 3% de biodísel ao dísel serão consumidos:

$$\frac{3}{100}$$
(23125) = x  $\Rightarrow$  x = 0,03.23125 = 693,75 Milhões de litros consumidos

Resposta: Alternativa D

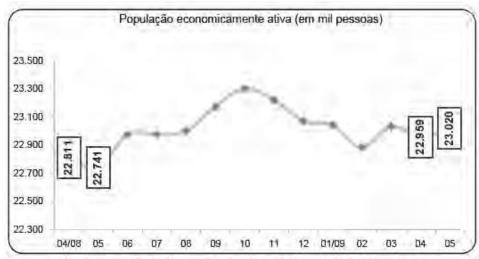
#### o Grau de dificuldade

Médio.



### Questão 142 (Jogli Gidel)

O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.



FONTE: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Mensal de Emprego.

Disponível em: www.ibge.gov.br.

Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a:

- A) 23.940
- B) 32.228
- C) 920.800
- D) 23.940.800
- E) 32.228.000

#### Comentário sobre o enunciado

- Esta questão poderia ser de Geografia sem nenhum problema, pois não envolve raciocínio específico de matemática, não usa argumentos matemáticos do ensino médio e em geral a maioria das questões desse tipo não é interessante pelo fato de existir contextualizações desnecessárias.
- -Percebe-se a insistência da interpretação de gráficos, tabelas, dados estatísticos, etc.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Proporção, porém não é assunto do Ensino Médio

#### Resolução:

Em 05/09 o número de pessoas economicamente ativa é 23.020 mil pessoas, como entre 05/09 e 06/09 houve um aumento de 4%,então a taxa de crescimento foi de 1,04.Daí,



Basta multiplicar a taxa de crescimento pelo número de pessoas economicamente ativa, assim:

1,04.23.020=23.940,8 que é aproximadamente 23.940.

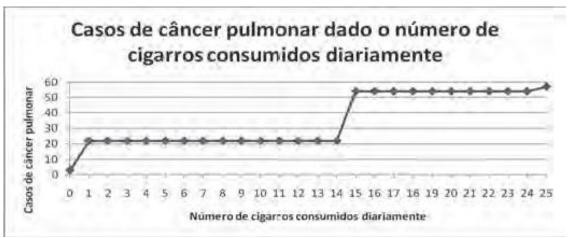
Logo a alternativa é a letra (A)

o Grau de dificuldade Fácil



### • Questão 143 (Alan Guimarães)

A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir:



Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico:

- A) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
- B) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
- C) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
- D) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
- E) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

#### Comentário sobre o enunciado

Essencialmente, o enunciado dessa questão se reduz a análise do gráfico que associa o número de cigarros consumidos por dia ao número de casos de câncer pulmonar. Infelizmente, este gráfico deixa margem para dúvidas. Ao visualizá-lo, é natural pensar que se trata de um polígono de freqüência. Com mais um pouco de atenção, é possível notar que não é esta a natureza do gráfico, uma vez que a variável independente não pertence a um conjunto contínuo. Por outro lado, caso este gráfico represente uma simples aplicação que, a cada número de cigarros, faz corresponder o número de casos de câncer, seguem as perguntas:



Por que utilizar este modelo de gráfico, composto por vários vértices, e idêntico ao polígono de freqüência?

A quantidade de casos de câncer, para cada número de cigarros, relaciona-se a que total?

Mesmo com estes problemas, afirmamos que é possível responder corretamente esta questão. Para tal, basta notar que as alternativas a, b e c são absurdas, restando apenas a análise das outras auternativas.

- Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Interpretação de gráfico de função.
- o Resolução

Pela observação do gráfico, decorre que a alternativa 'e' está correta.

Grau de dificuldade
 Fácil



### Questão 144 (Marcella Luanna)

A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.



Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for 1/2, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é 3/4, poderia ser preenchido com:

- A) 24 fusas.
- B) 3 semínimas.
- C) 8 semínimas.
- D) 24 colcheias e 12 semínimas.
- E) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos regular o enunciado desta questão, pois os dados fornecidos foram todos utilizados, porém não fica claro, a princípio, que a fórmula de um trecho musical de oito compassos 6, onde cada um dos compassos tem fórmula -

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão



Nesta questão não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas são usados os assuntos de adição e multiplicação de números fracionários.

#### Resolução

O enunciado explicita que um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fórmula do compasso.

Assim, pede-se: um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é  $\frac{3}{4}$ , pode ser preenchido com quais notas musicais?

No entanto, a questão pede um trecho musical de <u>oito compassos</u>, logo cada compasso tem fórmula  $\frac{3}{4}$ , assim:

$$8 \times \frac{3}{4} = 6$$

Para a resolução desta questão é preciso que o candidato substitua os dados em cada alternativa. Logo, faremos da seguinte maneira:

#### a) 24 fusas

6 Fórmula do compasso	$24 \ fusas = 24 \times \frac{1}{32} = \frac{3}{4}$

Logo, como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "a".

#### b) 3 semínimas

6	$3 \text{ semínimas} = 3 \times \frac{1}{-} = \frac{3}{-}$
Fórmula do compasso	4 4

Logo, como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "b".

#### c) 8 semínimas

6 Fórmula do compasso	$8 \text{ seminimas} = 8 \times \frac{1}{4} = 2$

Logo como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "c".

#### d) 24 colcheias e 12 semínimas

6	24 colcheias e 12 semínimas
Fórmula do compasso	$24 \times \frac{1}{8} + 12 \times \frac{1}{4} = 6$

Vejamos que coincidiu com a fórmula do compasso, então pode ser a letra "d".

#### e) 16 semínimas e 8 semicolcheias



6	16 semínimas e 8 semicolcheias
Fórmula do compasso	$16 \times \frac{1}{4} + 8 \times \frac{1}{16} = \frac{9}{2}$

Logo, como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "e".

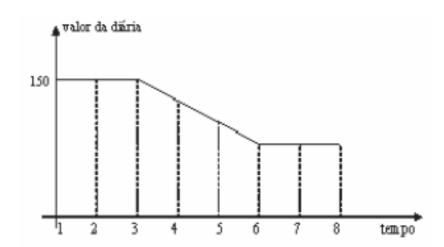
Assim, a única alternativa (que é a soma das durações das notas musicais) que coincide com a fórmula do compasso é a letra "d". Portanto, a resposta é letra "d".

o Grau de dificuldade Médio.



### Questão 145 (Lorena Brizza)

Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R\$ 150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R\$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preco do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de:

- A) R\$ 90.00.
- B) R\$ 110,00.
- C) R\$ 130,00.
- D) R\$ 150.00.
- E) R\$ 170,00.

#### Comentário sobre o enunciado

A questão é muito simples e exige somente conhecimentos do Ensino Fundamental e, apesar de ter um gráfico para facilitar o entendimento dela, esse gráfico é desnecessário. É fácil notar que se ele não fosse dado poderíamos resolver a questão de forma tranquila, como pode ser comprovado na resolução que apresentaremos.

A origem do sistema de eixos do gráfico o valor 1, o que não é convencional, já que usualmente o valor 0 é relacionado a esse ponto específico.

O gráfico está representado de uma forma contínua dá a entender, que se o casal passar 3 dias e meio ele pagará R\$ 140,00, o que não é verdade, portanto seria mais coerente que os valores fossem representados de forma constante.

### o Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão do **Ensino Médio**

Nenhum assunto específico do Ensino Médio, só utiliza-se operações básicas como adição e multiplicação que é assunto do Ensino Fundamental.



### o Resolução

Resolução da questão sem o uso do gráfico apresentado.

Como o preço da diária fora a promoção é R\$ 150,00 por cada dia, durante sete dias o casal pagará:

$$150 \times 7 = 1050$$

Portanto, o casal pagará R\$ 1050,00 por sete dias fora da promoção.

Analisando o enunciado, notamos que, dentro da promoção o valor a ser pago será?

$$(150 \times 3) + 130 + 110 + (90 \times 3) = 960$$

O hóspede pagará R\$ 960,00 por oito dias dentro da promoção

Logo:

$$1050 - 960 = 90$$

Portanto, se o casal adquirir o pacote promocional por oito dias ele fará uma economia de R\$ 90,00.

Resposta: Alternativa A

#### o Grau de dificuldade

Fácil.



### Questão 146 (Jogli Gidel)

O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

- A)  $2 \times (0.2\%)^4$ .
- B)  $4 \times (0.2\%)^2$ .
- C)  $6 \times (0.2\%)^2 \times (99.8\%)^2$ .
- D)  $4 \times (0.2\%)$ .
- E)  $6 \times (0.2\%) \times (99.8\%)$ .

#### Comentário sobre o enunciado

-As alternativas da questão pecam pelo fato de envolver porcentagens, que de certo modo, o candidato teria que fazer as operações com as mesmas como se fossem números, embora em determinadas situações isso passe despercebido, então seria melhor se as alternativas fossem explicitadas em números decimais.

-A questão também poderia ser mais familiar, pois em geral, é muito difícil alguém ir numa loja e comprar quatro aparelhos celulares, a não ser que seja para revender.

-Estas sugestões ou críticas não afetam a beleza da questão, pois por detrás das cortinas está envolvido o "Ensaio de Bernoulli" que é um argumento importante e sofisticado para resolver esses tipos de problemas.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão

 Aborda os conceitos sofisticados de probabilidade, a nível elementar: Eventos mutuamente excludentes e independentes.

#### Resolução

Seja P a probabilidade de um determinado aparelho apresentar defeito, ou seja, P=0.2%, e n=4 o número de aparelhos vendidos. Seja a probabilidade P' de um determinado cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos.

Observação: Considere P =99,8% a probabilidade de um aparelho não apresentar defeito.

#### Assim:

 $P'=6.(0,2\%).(0,2\%).(99,8\%).(99,8\%)=6.(0,2\%)^{2}(99,8\%)^{2}$ , pois os são independentes e mutuamente excludentes e existem 6 possibilidades para que a ordem dos aparelhos mude, embora obviamente não altere o produto. Logo a alternativa correta é a letra c.

#### Grau de dificuldade



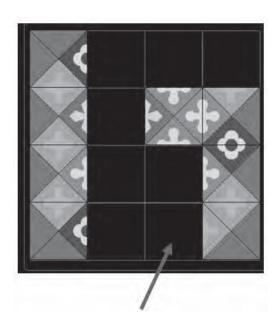
Médio.

Questão 147 (Alan Guimarães)

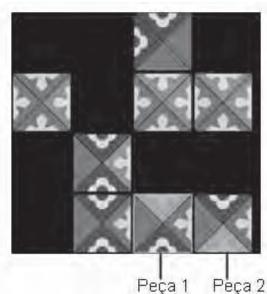


As figuras a seguir exibem um trecho de um quebra-cabeças que está sendo montado. Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura A e 8 peças no tabuleiro da figura B. As peças são retiradas do tabuleiro da figura B e colocadas no tabuleiro da figura A na posição correta, isto é, de modo a completar os desenhos.

F g u



F i g u а В



É possível preencher corretamente o espaço indicado pela seta no tabuleiro da figura A colocando a peça:

- A) 1 após girá-la 90° no sentido horário.
- B) 1 após girá-la 180° no sentido anti-horário.
- C) 2 após girá-la 90° no sentido anti-horário.



- D) 2 após girá-la 180° no sentido horário.
- E) 2 após girá-la 270° no sentido anti-horário.

#### Comentário sobre o enunciado

No enunciado dessa questão consta o trecho: "Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura A e 8 peças no tabuleiro da figura B". Tais informações em nada contribuem para a solução do problema, desviam a atenção do leitor e, sendo assim, deveriam ser suprimidas do enunciado, tornando-o mais conciso.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum tópico específico do Ensino Médio. Apenas exige-se do candidato a noção de rotação e simetria de figuras.

#### Resolução

Pela observação das figuras, segue que a alternativa correta é a letra 'c'.

### o Grau de dificuldade

Difícil.



### Questão 148 (Marcella Luanna)

A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.

Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é:

- A) inferior a 0,18.
- B) superior a 0,18 e inferior a 0,50.
- C) superior a 0,50 e inferior a 1,50.
- D) superior a 1,50 e inferior a 2,80.
- E) superior a 2,80.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

Nesta questão há a utilização de taxa de variação é estudada na parte de Função Afim do 1° ano do Ensino Médio e são usados os assuntos de adição, subtração e divisão de números decimais.

#### Resolução

Pede-se a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas), mas antes de encontrar a taxa média de variação, precisamos encontrar as taxas de variação entre a emissão de dióxido de carbono e produção. Logo:



$$\frac{2,30-2,14}{1,2-1,1} = \frac{0,16}{0,1} = 1,6$$

$$\frac{2,46-2,30}{1.3-1.2} = \frac{0,16}{0.1} = 1,6$$

$$\frac{2,64-2,46}{1.4-1.3} = \frac{0,18}{0.1} = 1,8$$

$$\frac{2,83 - 2,64}{1.5 - 1.4} = \frac{0,19}{0.1} = 1,9$$

$$\frac{3,03 - 2,83}{1.6 - 1.5} = \frac{0,20}{0.1} = 2$$

$$\frac{3,25-3,03}{1,7-1.6} = \frac{0,22}{0.1} = 2,2$$

$$\frac{3,48 - 3,25}{1.8 - 1.7} = \frac{0,23}{0.1} = 2,3$$

$$\frac{3,73 - 3,48}{1.9 - 1.8} = \frac{0,25}{0.1} = 2,5$$

$$\frac{4,00-3,73}{2,0-1,9} = \frac{0,27}{0,1} = 2,7$$

Como já temos a taxa de variação entre a emissão de dióxido de carbono e produção, então podemos calcular a taxa média de variação que é dada por:

$$\overline{x} = \frac{1,6+1,6+1,8+1,9+2+2,2+2,3+2,5+2,7}{9}$$

$$\overline{x} = \frac{18,6}{9}$$

$$\bar{x} = 2.07$$

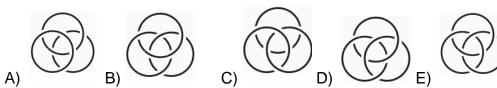
Porém, se dividirmos 18,6 por 10, teremos 1,86, que estará entre 1,50 e 2,80. Assim, 2,07 estará também entre 1,50 e 2,80. Portanto, letra "d".

### Grau de dificuldade Médio.

### Questão 149 (Lorena Brizza)

Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um portão em que aparecem os anéis de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: escultura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis.





#### Comentário sobre o enunciado

Essa questão é de fato muito simples e seu enunciado é claro, porém traiçoeira, já que depois de tanta questão resolvida no decorrer da prova, fica difícil pra o candidato observar os detalhes da figura (anéis de Borromeo). Portanto, essa questão testa, de fato, a paciência do candidato.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão Nenhum, somente análise da imagem da questão

#### Resolução

Observando a figura dos anéis de Borromeo com cuidado e atenção podese notar que os anéis estão entrelaçados, e, cabe ao candidato perceber quando um anel está por baixo do outro e quando está por cima, deste modo chega-se ao esboço que melhor representa a figura.

Resposta: Alternativa E

#### o Grau de dificuldade

Muito fácil



### Questão 150 (Jogli Gidel)

Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais			
(em milhões de dólares)  Ano Brasil na França França no Brasil			
2003	367	825	
2004	357	485	
2005	354	1.458	
2006	539	744	
2007	280	1.214	

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor:

- A) inferior a 300 milhões de dólares.
- B) superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
- C) superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
- D) superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
- E) superior a 600 milhões de dólares.

#### Comentário sobre o enunciado

- -A questão se assemelha aqueles "probleminhas elementares" do Ensino Fundamental, essa questão está evidenciando uma falsa impressão de que não há problemas interessantes sobre média aritmética.
- -A contextualização em questões de Matemática nem sempre funciona, pois qual seria a intenção de informar os períodos de investimentos Bilaterais? Qual seria a necessidade de informar que a França é a quinta nação e tal, agora se fosse numa questão de História, ficaria com mais sentido.
- -Resumindo, a questão não está boa, pois em Matemática não é muito interessante calcular médias de investimentos, salários, lucros, etc.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nenhum

#### Resolução

Cálculo do valor médio dos investimentos do Brasil na França é:

$$BF = \frac{367 + 357 + 354 + 359 + 280}{5} = 343,4$$

29 RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG Cálculo do valor médio dos investimentos da França no Brasil é:



$$FB = \frac{825 + 485 + 1458 + 744 + 1214}{5} = 945,2$$

Então, FB-BF=945,2-343,4=601,8.

Logo os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor superior a 600 milhões de dólares. Portanto a alternativa correta é a letra (e).

o Grau de dificuldade Fácil

### **Questão 151 (Alan Guimarães)**



#### Técnicos concluem mapeamento do aquífero Guarani

O aquífero Guarani localiza-se no subterrâneo dos territórios da Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai, com extensão total de 1.200.000 quilômetros quadrados, dos quais 840.000 quilômetros quadrados estão no Brasil. O aquífero armazena cerca de 30 mil quilômetros cúbicos de água e é considerado um dos maiores do mundo. Na maioria das vezes em que são feitas referências à água, são usadas as unidades metro cúbico e litro, e não as unidades já descritas. A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) divulgou, por exemplo, um novo reservatório cuja capacidade de armazenagem é de 20 milhões de litros.

Disponível em: http://noticias.terra.com.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

Comparando as capacidades do aquífero Guarani e desse novo reservatório da SABESP, a capacidade do aqüífero Guarani é:

- A) 1,5 x 102 vezes a capacidade do reservatório novo.
- B) 1,5 x 103 vezes a capacidade do reservatório novo.
- C) 1,5 x 106 vezes a capacidade do reservatório novo.
- D) 1,5 x 108 vezes a capacidade do reservatório novo.
- E) 1,5 x 109 vezes a capacidade do reservatório novo.

#### Comentário sobre o enunciado

O enunciado dessa questão fornece dados que não são úteis para solucionar o problema. Para encontrar a sua incógnita, de nada adianta saber qual é a extensão total do aquífero Guarani nem, tampouco, sua extensão no território brasileiro. Certamente, questões nas quais nem todos os dados são utilizados deixam o candidato com uma dúvida adicional: saber se adotou o procedimento correto para chegar solução.

 Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão Nenhum tópico específico do Ensino Médio. Apenas Conversão de unidades e divisão.

#### Resolução

A capacidade do aquífero Guarani é  $C_{ag} = 30000 km^3$ . Fazendo a conversão para  $m^3$ , temos:

$$C_{ag} = (\sqrt[8]{30000}km)^3$$

$$C_{ag} = (10^3 \sqrt[8]{30000}m)^3$$

$$C_{ag} = 30000.10^9 m^3$$

$$C_{ag} = 3.10^{13} m^3$$

Já a capacidade do novo reservatório é  $C_{nr} = 20000000L = 2.10^7 L$ . Como um metro cúbico comporta 1000L, decorre que  $C_{nv} = \frac{(2.10^7 L)m^5}{10^5 L} = 2.10^4 m^3$ .

## 31 RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG Portanto, temos:



$$\frac{C_{ag}}{C_{nr}} = \frac{3.10^{13} m^3}{2.10^4 m^3} = 1,5.10^9$$

Logo, o aqüífero Guarani é 1,5. 109 vezes maior do que o novo reservatório.

Resposta 'e'.

o Grau de dificuldade Fácil

### Questão 152 (Marcella Luanna)

Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R\$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R\$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

- A) R\$ 14,00.
- B) R\$ 17,00.
- C) R\$ 22,00.
- D) R\$ 32,00.
- E) R\$ 57,00.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nesta questão não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas é usado o assunto de Equação do 1° grau.

#### Resolução

Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Então:

x: primeiro orçamento

y: primeiro valor (de cada pessoa)

$$\frac{x}{50} = y \Rightarrow x = 50y$$

Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R\$ 510,00 e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Então:

z: segundo orçamento w: segundo valor (de cada pessoa)

$$z = x + 510$$

е

$$\frac{z}{55} = w$$



Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R\$ 7,00. Então:

$$w = y + 7 \Rightarrow y = w - 7$$

Portanto, temos:

 $160 = 5w \Rightarrow w = 32$ 

$$\frac{z}{55} = w \xrightarrow{z=x+510} \frac{x+510}{55} = w \xrightarrow{x=50y}$$

$$50y + 510 = 55w \xrightarrow{y=w-7}$$

$$50(w-7) + 510 = 55w$$

$$50w - 350 + 510 = 55w$$

$$-350 + 510 = 55w - 50w$$

Logo, o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas foi R\$ 32,00.

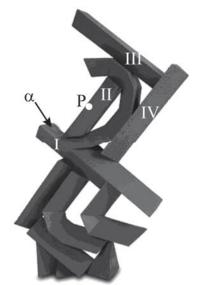
Letra "d".

o Grau de dificuldade Médio.



### **Questão 153 (Lorena Brizza)**

Suponha que, na escultura do artista Emanoel Araújo, mostrada na figura a seguir, todos os prismas numerados em algarismos romanos são retos, com bases triangulares, e que as faces laterais do poliedro II são perpendiculares à sua própria face superior, que, por sua vez, é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Além disso, considere que os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e ao poliedro II.



Disponível em: www.escritosriodearte.com.br. Acesso em: 28 jul. 2009. Imagine um plano paralelo à face ( do prisma I, mas que passe pelo ponto P pertencente à aresta do poliedro II, indicado na figura. A interseção desse plano imaginário com a escultura contém:

- A) dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.
- B) dois retângulos congruentes e com lados correspondentes paralelos.
- C) dois trapézios congruentes com lados correspondentes perpendiculares.
- D) dois paralelogramos congruentes com lados correspondentes paralelos.
- E) dois quadriláteros correspondentes congruentes com lados perpendiculares.

#### Comentário sobre o enunciado

O enunciado da questão passa a ideia de que ela é muito complicada o que na realidade não é.

Muitas informações dispensáveis como "os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e II" são dadas, porém não são utilizadas para o entendimento da questão.

A figura não está muito clara, o que pode causar confusão na hora de resolver a questão.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Geometria Espacial



### o Resolução

Sabemos que a interseção de um plano com um prisma reto de base triangular é um triângulo.

Resposta: Alternativa A

o Grau de dificuldade

Fácil



### Questão 154 (Jogli Gidel)

A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é:

D) 5,6 metros. A) 1,16 metros. B) 3,0 metros. E) 7,04 metros.

C) 5,4 metros.

#### Comentário sobre o enunciado

-Esta questão é típica do Ensino Fundamental, principalmente nos problemas que envolvem o Teorema de Tales.

-Mesmo assim, a questão está boa, pois apesar de ser elementar, é preciso ter um pouco de raciocínio, bolar estratégias, para obter a sua resolução.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nenhum.

#### Resolução

Esta questão tem resolução imediata, basta aplicar o Teorema de Tales, assim:

Seja x o comprimento que o paciente ainda deve caminhar, então:

$$\frac{2,2}{x+3,2} = \frac{0,8}{3,2} \Rightarrow x+3,2=8,8 \Rightarrow x=5,6m$$

Logo, a alternativa correta é a letra (d)

#### o Grau de dificuldade

Fácil



#### **Questão 155 (Alan Guimarães)**

Para cada indivíduo, a sua inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas (CPF) é composto por um número de 9 algarismos e outro número de 2 algarismos, na forma d1d2, em que os dígitos d1 e d2 são denominados dígitos verificadores. Os dígitos verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira: os 9 primeiros algarismos são multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente): em seguida, calcula-se o resto r da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11, e se esse resto r for 0 ou 1, d1 é zero, caso contrário d1 = (11 - r). O dígito d2 é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência dada são contados a partir do segundo algarismo, sendo d1 o último algarismo, isto é, d2 é zero se o resto s da divisão por 11 das somas das multiplicações for 0 ou 1, caso contrário, d2 = (11 - s). Suponha que João tenha perdido seus documentos, inclusive o cartão de CPF e, ao dar queixa da perda na delegacia, não conseguisse lembrar quais eram os dígitos verificadores, recordando-se apenas que os nove primeiros algarismos eram 123.456.789. Neste caso, os dígitos verificadores d1 e d2 esquecidos são, respectivamente:

- A) 0 e 9. D) 9 e 1. B) 1 e 4. E) 0 e 1.
- C) 1 e 7.

#### Comentário sobre o enunciado

A solução dessa questão é imediata e decorre do emprego das quatro operações básicas da Matemática. Em contraste com sua solução está o enunciado. Ter o fôlego para lê-lo e a sorte de não se confundir em meio a um texto tão estenso parece ser, não uma verificação dos conhecimentos matemáticos, mas um verdadeiro teste de paciência.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum tópico do Ensino Médio. Apenas as quatro operações básicas da Matemática.

#### Resolução

Cálculo do dígito  $d_1$ :

1.10+2.9+3.8+4.7+5.6+6.5+7.4+8.3+9.2=10+18+24+28+30+30+28+24+18= =28+52+60+52+18=80+112+18=210.

Como 210=11.19+1, temos  $d_1$ =0.

Cálculo do dígito  $d_2$ :

2.10+3.9+4.8+5.7+6.6+7.5+8.4+9.3+0.2=20+27+32+35+36+35+32+27= =47+67+71+59=114+130=244

Como 244=11.22+2, temos  $d_2$ =11-2=9.

RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG Resposta 'a'.



o **Grau de dificuldade** Muito fácil.

#### Questão 156 (Marcella Luanna)

Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R\$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R\$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é:

- A)  $V = 10.000 + 50x x^2$ .
- B)  $V = 10.000 + 50x + x^2$ .
- C)  $V = 15.000 50x x^2$ .
- D)  $V = 15.000 + 50x x^2$ .
- E)  $V = 15.000 50x + x^2$ .

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nesta questão há a utilização do assunto de função quadrática.

#### Resolução

x: valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro V:valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool

Preço do litro:

$$1,50 - 0,01x$$

Venda de combustível (a cada desconto de um centavo aumenta as vendas em R\$ 100,00):

$$10000 + 100x$$

Logo, o valor arrecadado por dia com a venda do álcool é:

$$V = (1,50 - 0,01x)(10000 + 100x)$$

$$V = 15000 + 150x - 100x - x^{2}$$

$$V = 15000 + 50x - x^{2}$$

Letra "d".

Grau de dificuldade Médio.



#### Questão 157 (Lorena Brizza)

Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las. Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm³, então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a:

A) 4. D) 24. B) 8. E) 32.

C)16.

#### Comentário sobre o enunciado

O enunciado da questão é bem claro e não deixa margem para ambiguidades, de modo que o candidato que tem o conhecimento exigido na questão resolve a mesma com tranquilamente.

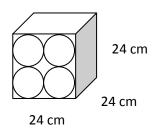
 Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Geometria Espacial (volume de um cubo).

#### Resolução

Sabemos que a capacidade da caixa é de 13.824 cm³, ou seja, V = 13.824 cm³. O volume de um cubo é dado pela expressão V = a³, onde a é o lado do cubo, logo:

$$a^3 = 13.824 \Rightarrow a = \sqrt[3]{13.824} \Rightarrow a = 24 \text{ cm}$$

Como a esfera tem o raio r = 6 cm, seu diâmetro d = 12, deste modo, cada caixa pode conter oito esferas.

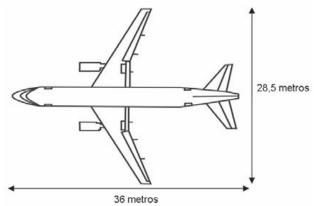


Resposta: Alternativa B

#### Grau de dificuldade Médio.

#### Questão 158 (Jogli Gidel)

A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

- A)  $2.9 \text{ cm} \times 3.4 \text{ cm}$ .
- B)  $3.9 \text{ cm} \times 4.4 \text{ cm}$ .
- C)  $20 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ .
- D) 21 cm  $\times$  26 cm.
- E)  $192 \text{ cm} \times 242 \text{ cm}$ .

#### Comentário sobre o enunciado

- -Esta questão envolve apenas conceitos de proporcionalidade que é vista no Ensino Fundamental.
- -As alternativas não são bem elaboradas, pois quando encontrarmos o valor de 24 cm, de imediato, deduz-se que a alternativa correta é a letra d sem ao menos calcular o outro comprimento, por isso a questão não está boa.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nenhum

#### Resolução

Como a escala é 1 para 150 ,então o comprimento da folha de papel é x e y,então:

$$x = \frac{3600 \text{cm}}{150} = \frac{120}{5} = 24 \text{cm}$$
 e

$$y = \frac{2850}{150} = 19cm$$

Como a folha de papel tem uma margem de 1 cm, então o comprimento mínimo da folha tem que ser 26cm por 21cm.Logo a alternativa correta é a letra (d).

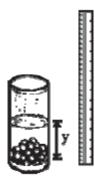


## o Grau de dificuldade Fácil



#### **Questão 159 (Alan Guimarães)**

Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br. Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

A) y = 30x.

B) y = 25x + 20.2.

C) y = 1,27x.

D) y = 0.7x.

E) y = 0.07x + 6.

#### Comentário sobre o enunciado

Esta questão possui o enunciado claro, conciso e objetivo. É adequada ao nível de candidato ao qual se destina. Além disso, tem a benéfica característica de poder ser resolvida de dois modos distintos. No primeiro deles, toma-se uma função afim y=ax+b genérica e, a partir dos valores fornecidos no quadro, calcula-se os coeficientes a e b. O segundo procedimento permite ao candidato economizar cálculos e tempo. apresentaremos posteriormente.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Cálculo do valor de uma função afim.

#### Resolução

Como a correspondência entre a quantidade de bolas é tal que, para 10 bolas colocadas no recipiente, tem-se um nível de 6,70 cm de água no 44 RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG recipiente, para encontrar a expressão procurada, basta aplicar x=10 em cada função apresentada.



Aquela que produzir y=6,70cm será a solução. Deste fato segue, imediatamente, que a correspondência procurada é y=0,07x+6.

Resposta 'e'.

o Grau de dificuldade Fácil

# PET Matemática

#### • Questão 160 (Marcella Luanna)

Uma cooperativa de colheita propôs a um fazendeiro um contrato de trabalho nos seguintes termos: a cooperativa forneceria 12 trabalhadores e 4 máquinas, em um regime de trabalho de 6 horas diárias, capazes de colher 20 hectares de milho por dia, ao custo de R\$ 10,00 por trabalhador por dia de trabalho, e R\$ 1.000,00 pelo aluguel diário de cada máquina. O fazendeiro argumentou que fecharia contrato se a cooperativa colhesse 180 hectares de milho em 6 dias, com gasto inferior a R\$ 25.000,00. Para atender às exigências do fazendeiro e supondo que o ritmo dos trabalhadores e das máquinas seja constante, a cooperativa deveria:

- A) manter sua proposta.
- B) oferecer 4 máquinas a mais.
- C) oferecer 6 trabalhadores a mais.
- D) aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.
- E) reduzir em R\$ 400,00 o valor do aluquel diário de uma máquina.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão

Nesta questão não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas são usados os assuntos de regra de três simples e adição e multiplicação.

#### o Resolução

- Primeiramente, iremos separar as duas exigências do fazendeiro:
- 1) 180 hectares de milho em 6 dias;
- 2) Gasto inferior a R\$ 25.000,00.
- A questão pede o que a cooperativa deveria fazer para atender as duas exigências do fazendeiro. Para respondermos esta questão, devemos substituis os dados em cada alternativa. Logo:
  - a) A cooperativa deveria manter sua proposta.
  - Se a cooperativa mantiver sua proposta, nós teremos:
  - 20 hectares de milho × 6 dias = 120 hectares de milho em 6 dias

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a primeira exigência do fazendeiro, que é 180 hectares em 6 dias.

b) A cooperativa deveria oferecer 4 máquinas a mais.

Se a cooperativa aumentar para 4, o número de máquinas, teremos que o custo do fazendeiro será:

12 trabalhadores × 10 reais por trabalhador × 6 dias de trabalho



8 máquinas × 1000 reais por alguel de cada máquina × 6 dias de trabalho

-720 + 48000 = 48720 reais

 $1080 + 24000 = 25080 \, reais$ 

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a segunda exigência do fazendeiro, que é um custo inferior a R\$ 25.000,00.

c) A cooperativa deveria oferecer 6 trabalhadores a mais.

Se a cooperativa aumentar para 6, o número de trabalhadores, teremos que o custo do fazendeiro será:

18 trabalhadores × 10 reais por trabalhador
× 6 dias de trabalho
+
4 máquinas × 1000 reais por aluguel de cada máquina
× 6 dias de trabalho
=

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a segunda exigência do fazendeiro, que é um custo inferior a R\$ 25.000,00.

d) A cooperativa deveria aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.

Se a cooperativa aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias, nós teremos uma regra de três simples entre a proposta de 6 horas diárias para 9 horas diárias, assim como, 20 hectares de milho para x, que será:

6 horas diárias  $\rightarrow$  20 hectares de milho por dia 9 horas diárias  $\rightarrow$  x  $6x = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{6} \Rightarrow x$ = 30 hectares de milho por dia

Mas o fazendeiro quer a colheita em 6 dias, então 30 hectares × 6 dias = 180 hectares em 6 dias. Logo, essa proposta atende a primeira exigência do fazendeiro.

Ainda precisamos verificar se atende à segunda exigência do mesmo, assim, precisamos saber o custo desta proposta. Logo:

12 trabalhadores × 10 reais por trabalhador × 6 dias de trabalho + 4 máquinas × 1000 reais por aluguel de cada máquina × 6 dias de trabalho



720 + 24000 = 24720 reais

Assim, a proposta também atende a segunda exigência do fazendeiro, que é um custo inferior a R\$ 25.000,00.

Portanto, a alternativa correta é a letra "d".

e) A cooperativa deveria reduzir em R\$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina.

Se a cooperativa reduzir em R\$ 400,00 o valor diário de uma máquina, teremos para a primeira exigência:

 $20 \text{ hectares} \times 6 \text{ dias} = 120 \text{ hectares em 6 dias}$ 

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a primeira exigência do fazendeiro, que é 180 hectares em 6 dias.

 Grau de dificuldade Fácil.



#### Questão 161 (Lorena Brizza)

Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha. Admitindose que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de

- A) 920 kg.
- B) 800 kg.
- C) 720 kg.
- D) 600 kg.
- E) 570 kg.

#### Comentário sobre o enunciado

Notamos que não há nenhum problema quanto ao enunciado dessa questão, pois ele é apresentado de forma coerente.

O candidato deve estar atento ao que se é pedido, pois caso ele não esteja, pode se deixar levar pelo nervosismo e achar que a alternativa correta é a B, o que não é verdade(como podemos constatar na resolução da questão)

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nenhum assunto específico do Ensino Médio, somente regra de três composta.

#### Resolução

Vamos fazer um esquema desses dados para entender melhor a questão:

Alunos	Dias	Horas	Quilos(Kg)
20	10	3	120
50	20	4	Х

Como todas as quantias são diretamente proporcionais a quantidade de quilos arrecadados, temos:

$$\frac{120}{x} = \frac{20}{50} \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow x = 800 \, \text{Kg}$$

Portanto, ao final do prazo estipulado para a arrecadação foram arrecadados:

$$800 + 120 = 920 \text{ Kg de Alimentos}$$

Resposta: Alternativa A

#### Grau de dificuldade

Médio.



#### Questão 162 (Jogli Gidel)

Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe:

- A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
- B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
- C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
- D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
- E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

#### Comentário sobre o enunciado

- -Esta questão não deixa de ser interessante pelo fato de que, o candidato tem que tomar uma iniciativa coerente e usar o bom senso. Por exemplo, a alternativa d deixa claro que devemos prever o melhor das hipóteses, pois se o aluno obtiver 10 na prova e não conseguir a sua conquista pela Equipe, então tem sentido que qualquer nota que ele tirar será menor do que ou igual a 10,que também não atingirá a sua conquista.
- -Talvez a dificuldade de resolver a questão seja a de checar item por item, que de uma maneira geral, em questões de Matemática não é comum.
- -Olhando superficialmente, a questão está boa, pois de qualquer maneira envolve o raciocínio lógico e a tomada de decisões. Agora, olhando a questão de uma forma crítica, ela contém falhas, por exemplo. Qual a utilidade da informação?..."Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação,..." Então ficou um pouco a desejar.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão

A questão aborda conteúdos do Ensino Médio tais como: Mediana e Média aritmética.

#### Resolução

Considere a equipe Ômega e a equipe Delta com 7,8 e 7,6 pontos, respectivamente. Sabendo que os pontos obtidos pela equipe Gama foram:

Para um melhor entendimento sobre mediana temos que ordenar a lista das notas da Equipe Ômega, assim:

0; 6; 6,5; 6,5; 7; 7; 8; 8; 10; 10.

Teremos que verificar todas as alternativas:

- (A) Se aluno obtivesse nota zero, então a mediana seria 7 e não 6,5.Então não é a letra a.
- (B) Se o aluno obtivesse nota 10, a mediana seria 7,5 que por sua vez é menor do que 7,6 e 7,8. Então não é a letra b.
- (C)Se o aluno obtivesse nota 8, a mediana seria 7,5 que por sua vez é menor do que 7,6 e 7,8. Então não é a letra c.
- (D) Pensaremos no melhor das hipóteses, ou seja, do aluno ter tirado 10 na prova, assim a mediana seria 7,5 que por sua vez seria menor do que 7,6 e 7,8. Logo a Equipe permaneceria na terceira posição independentemente da nota obtida pelo aluno. Portanto é a letra d.

Seria impossível empatar com uma das Equipes de acordo com as alternativas acima. Obviamente não é a letra e.

 Grau de dificuldade Médio.

## **Questão 163 (Alan Guimarães)**

Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e a gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é Spa-Francorchamps, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km.

Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de Spa-Francorchamps, parado no Box para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo:

- A) 617 kg.
- B) 668 kg.
- C) 680 kg.
- D) 689 kg.
- E) 717 kg.

#### Comentário sobre o enunciado

A maneira como esta questão foi formulada não deixa margem para dúvidas. Todos os dados fornecidos são úteis à solução.

 Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão A proporcionalidade, que não é assunto específico do Ensino Médio, é o tópico matemático abordado nesta questão.

#### Resolução

Para percorrer (16)(7)km=112km, o piloto precisará de uma quantidade x de gasolina tal que:

$$75L \rightarrow 100km$$

$$x \rightarrow 112km$$

Logo, temos x=84L. Dessa forma, o peso da gasolina será  $P_a$  de modo que:

$$\frac{750g}{L} = \frac{P_g}{84L}$$

$$P_g = 84.(750g)$$

$$P_a = 84.(0,75)km$$

$$Pg = 63km$$
.

Portanto, ao retornar para a pista, o carro pesará, no mínimo: 605 km + 63 km = -668 km.

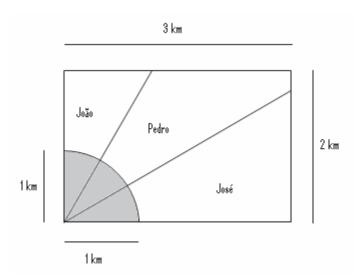
#### o Grau de dificuldade





#### Questão 164 (Marcella Luanna)

Ao morrer, o pai de João, Pedro e José deixou como herança um terreno retangular de 3 km x 2 km que contém uma área de extração de ouro delimitada por um quarto de círculo de raio 1 km a partir do canto inferior esquerdo da propriedade. Dado o maior valor da área de extração de ouro, os irmãos acordaram em repartir a propriedade de modo que cada um ficasse com a terça parte da área de extração, conforme mostra a figura.



Em relação à partilha proposta, constata-se que a porcentagem da área do terreno que coube a João corresponde, aproximadamente, a: (considere  $\sqrt{3}/3 = 0.58$ 

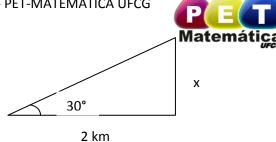
- A) 50%.
- B) 43%.
- C) 37%.
- D) 33%.
- 19%. E)

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nesta questão, não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas são usados os assuntos de áreas de triângulo e de retângulo e a definição de tangente.

#### Resolução



$$tg30^{\circ} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2 \times tg30^{\circ}$$

Vamos encontrar, agora, a área do triângulo:

$$A_t = \frac{x \times 2}{2} = \frac{2 \times tg30^\circ \times 2}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Precisamos encontrar também a área do retângulo:

$$A_r = 2 \times 3 = 6$$

Agora, iremos dividir a área do triângulo por a área do retângulo, já que queremos a porcentagem da área do terreno de João:

$$A_J \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{18} = \frac{\sqrt{3}}{9} = 0,1933 \cong 0,19 \cong 19\%$$

Logo, a resposta é letra "e".

#### Grau de dificuldade Fácil.



#### • Questão 165 (Lorena Brizza)

Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de:

- A) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
- B) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
- C) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
- D) duas combinações.
- E) dois arranjos.

#### Comentário sobre o enunciado

Essa questão, apresentada de forma sucinta e clara, é bem conhecida pelos candidatos, pois, geralmente quando estudamos combinação e arranjo no Ensino Médio, os professores sempre mencionam problemas relacionados a partidas de futebol.

Aquele candidato que tem domínio das definições soluciona a questão de modo tranquilo.

## Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Definição de combinação e arranjo

#### Resolução

Como as escolhas dos times do grupo A, independe da ordem em que eles são escolhidos então se trata de uma combinação.

Já as escolhas dos times de abertura dependem da ordem, pois o primeiro time escolhido jogará no seu próprio campo e o outro será o time visitante, por isso se trata de um arranjo

Resposta: Alternativa A

#### Grau de dificuldade

Fácil

#### **Questão 166 (Jogli Gidel)**

Rotas aéreas são como pontes que ligam cidades, estados ou países. O mapa a seguir mostra os estados brasileiros e a localização de algumas capitais identificadas pelos números. Considere que a direção seguida por um avião Al que partiu de Brasília - DF, sem escalas, para Belém, no Pará, seja um segmento de reta com extremidades em DF e em 4.



SIQUEIRA, S. Brasil Regiões. Disponível em: www.santiagosiqueira.pro.br. Acesso em: 28 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que um passageiro de nome Carlos pegou um avião AII, que seguiu a direção que forma um ângulo de 1350 graus no sentido horário com a rota Brasília - Belém e pousou em alguma das capitais brasileiras. Ao desembarcar, Carlos fez uma conexão e embarcou em um avião AIII, que seguiu a direção que forma um ângulo reto, no sentido anti-horário, com a direção seguida pelo avião AII ao partir de Brasília-DF. Considerando que a direção seguida por um avião é sempre dada pela semirreta com origem na cidade de partida e que passa pela cidade destino do avião, pela descrição dada, o passageiro Carlos fez uma conexão em:

- A)Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Curitiba.
- B)Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Salvador.
- C)Boa Vista, e em seguida embarcou para Porto Velho.
- D) Goiânia, e em seguida embarcou para o Rio de Janeiro.
- E) Goiânia, e em seguida embarcou para Manaus.

#### Comentário sobre o enunciado

- -Esta questão é interessante, pois usa um pouco de Cinemática Vetorial, e também, a contextualização foi dada na dose certa, ou seja, não houve falta e nem extrapolação de informações.
- -O nível da questão está ao nível do Ensino Médio, embora esteja partindo mais para a Física, nos seus conteúdos específicos.
- -A questão é de fácil resolução, pois só basta fazer um desenho ou um esboço para deduzir o que se pede.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão Cinemática Vetorial que no caso é mais relacionado com a Física

#### Resolução

57 RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG

Basta observar que o avião All2 parte para Belo Horizonte, pois é numa direção que faz um ângulo de

135 graus no sentido horário e o avião All3 parte para Salvador, pois é numa direção de 90 graus no sentido anti-horário.Logo a alternativa correta é a letra (b)

o Grau de dificuldade Fácil



O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro.

biomas continentais brasileiros	área aproximada (km²)	área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

- A) 1.400
- B) 14.000
- C) 140.000
- D) 1.400.000
- E) 14.000.000

#### o Comentário sobre o enunciado

Essa questão é clara e objetiva, e não deixa margem para dúvidas. A vantagem dela é que sua solução é um valor aproximado, o que facilita a atuação do candidato.

## Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Divisão e conversão de unidades de medida.

#### Resolução

A área do campo de futebol é

$$A_{cf} = (120m)(90m) = (0,12km)(0,09km) = 0,0108km^2$$
. Sendo  $A_{bp}$  a área do bioma pantanal, temos:

$$\frac{A_{bp}}{A_{cf}} = \frac{150.355km^2}{0.0108km^2} \cong 14.000.000$$

Resposta 'e'.

#### o Grau de dificuldade

Fácil



#### Questão 168 (Marcella Luanna)

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

- A) R\$ 73,10.
- B) R\$ 81,50.
- C) R\$ 82,00.
- D) R\$ 83,00.
- E) R\$ 85,30.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

 Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nesta questão há a utilização do assunto de noções de probabilidade, em especial, a definição de mediana.

#### Resolução

 Primeiramente, iremos colocar os valores de cotação em ordem crescente:

R\$ 73,10 R\$ 81,00 R\$ 82,00 R\$ 83,00 R\$ 84,00 R\$ 84,60 R\$ 85,30

 Analisando estes valores, percebemos que possui 7 valores, onde a mediana é o termo central desses preços, então o termo central é R\$ 83,00. Logo, a mediana das cotações mensais do ovo extra branco é igual a R\$ 83,00. Letra "d".

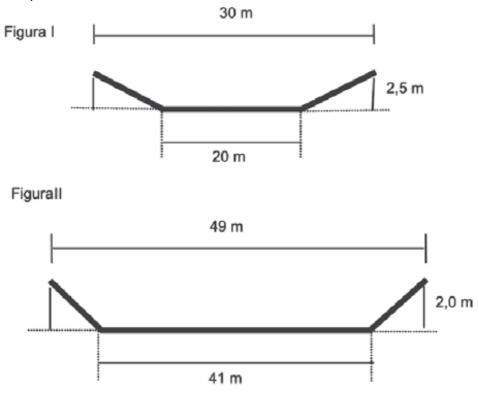
#### Grau de dificuldade Muito fácil.



#### Questão 169 (Lorena Brizza)

A vazão do rio Tietê, em São Paulo, constitui preocupação constante nos períodos chuvosos. Em alguns trechos, são construídas canaletas para controlar o fluxo de água. Uma dessas canaletas, cujo corte vertical determina a forma de um trapézio isósceles, tem as medidas especificadas na figura I. Neste caso, a vazão da água é de 1.050 m3/s. O cálculo da vazão, Q em m³/s, envolve o produto da área A do setor transversal (por onde passa a água), em m², pela velocidade da água no local, v, em m/s, ou seja, Q = Av.

Planeja-se uma reforma na canaleta, com as dimensões especificadas na figura II, para evitar a ocorrência de enchentes.



Na suposição de que a velocidade da água não se alterará, qual a vazão esperada para depois da reforma na canaleta?

A) 90 m3/s.

D) 1.512 m3/s.

B) 750 m3/s.

E) 2.009 m3/s.

C) 1.050 m3/s.

#### Comentário sobre o enunciado

Uma questão interessante e fácil de ser resolvida. A fórmula do cálculo da vazão é dada, o que facilita bastante para que se cheque à resposta final.

 Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão Nenhum assunto especifico do Ensino Médio, apenas Geometria Plana (área de um trapézio), operações básicas

#### Resolução

Sabemos que a área A de um trapézio é calculada da seguinte forma:

$$A = \frac{(b+B).h}{2}$$



Onde, b: base menor, B: base maior e h: altura Logo, a Área A, do trapézio da figura I é:

$$A = \frac{(20+30).2,5}{2} = 25 \cdot 2,5 = 62,5m^2$$

Como, Q = Av e a vazão Q = 1.050m³/s do trapézio da figura I, temos:

$$Q_1 = A_1 v \Rightarrow 1.050 = 62.5v \Rightarrow v = \frac{1.050}{62.5} \Rightarrow v = 16.8 \text{ m/s}.$$

Agora, vamos calcular o valor da área do trapézio da figura II:

$$A = \frac{(41+49).2}{2} = 41+49 = 90\,\text{m}^2$$

Supondo que a velocidade da água não se altera com a reforma temos que a vazão  $Q_2$  do trapézio da figura II é igual a:

$$Q_2 = A_2 v \Rightarrow Q_2 = 90.16,8 = 1512 \text{m}^3/\text{s}$$

Resposta: Alternativa D

 Grau de dificuldade Fácil



#### Questão 170 (Jogli Gidel)

A resolução das câmeras digitais modernas é dada em megapixels, unidade de medida que representa um milhão de pontos. As informações sobre cada um desses pontos são armazenadas, em geral, em 3 bytes. Porém, para evitar que as imagens ocupem muito espaço, elas são submetidas a algoritmos de compressão, que reduzem em até 95% a quantidade de bytes necessários para armazená-las. Considere 1 KB = 1.000 bytes, 1 MB = 1.000 KB, 1 GB = 1.000 MB.

Utilizando uma câmera de 2.0 megapixels cujo algoritmo de compressão é de 95%, João fotografou 150 imagens para seu trabalho escolar. Se ele deseja armazená-las de modo que o espaço restante no dispositivo seja o menor espaço possível, ele deve utilizar:

- A) um CD de 700 MB.
- B) um pendrive de 1 GB.
- C) um HD externo de 16 GB.
- D) um memory stick de 16 MB.
- E) um cartão de memória de 64 MB.

#### Comentário sobre o enunciado

-Esta questão é interessante, pois estimula o raciocínio lógico.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão Nenhum.

#### Resolução

Como reduz 95%, a quantidade de bytes, então resta apenas 0,15bytes. Como há 2 megapixels e 150 imagens, então basta multiplicar os termos: (0,15)(150)(2000000)=45000000/1000000=45MB Logo, a alternativa correta é a letra e.

#### o Grau de dificuldade Médio.

# PET Matemática

#### • Questão 171 (Alan Guimarães)

A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase. Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03, ..., 59, 60}, custava R\$ 1,50.

Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R\$ 126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente:

- A) 1(1/2) vez menor.
- B) 2(1/2) vezes menor.
- C) 4 vezes menor.
- D) 9 vezes menor.
- E) 14 vezes menor.

#### o Comentário sobre o enunciado

Esta questão é muito boa, tem o enunciado claro e aborda uma situação que constantemente ocorre no dia-a-dia, apostas em jogos de loteria. No entanto, em seu enunciado, existe uma informação desnecessária. Nele são fornecidos o preço da aposta e a quantia exata que certa pessoa deseja apostar. Com estes dados, é simples determinar o número de apostas feitas pela pessoa, não precisando tal informação aparecer no enunciado, como ocorre.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Combinatória e probabilidade.

#### Resolução

Em cada bilhete, a pessoa pode acertar cinco dezenas de  $\binom{6}{5}$  = 6 modos. Como foram feitas 84 apostas, e quaisquer duas delas não têm cinco

números em comum, tem-se que o total de modos que a pessoa pode acertar cinco dezenas é  $n_1 = (84)$  (6) = 504.

Por outro lado, o número de modos que a pessoa, apostando de uma só vez nove dezenas, pode acertar a quina é  $n_2 = \binom{9}{5} = 126$ . Dessa forma, denotando por n o número total de jogos que podem ser formados, temos:

#### 64 RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG

A probabilidade de se ganhar na primeira situação é  $P_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{504}{n}$ . E de se ganhar na segunda situação é  $P_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{126}{n}.$ 

Logo:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{504}{n}}{\frac{126}{n}} = \frac{504}{126} = 4$$

Daí, a probabilidade da pessoa ganhar na primeira situação é quatro vezes maior do que a probabilidade de ganho na segunda situação.

o Grau de dificuldade Difícil.



#### Questão 172 (Marcella Luanna)

Nos últimos anos, o volume de petróleo exportado pelo Brasil tem mostrado expressiva tendência de crescimento, ultrapassando as importações em 2008. Entretanto, apesar de as importações terem se mantido praticamente no mesmo patamar desde 2001, os recursos gerados com as exportações ainda são inferiores àqueles despendidos com as importações, uma vez que o preço médio por metro cúbico do petróleo importado é superior ao do petróleo nacional. Nos primeiros cinco meses de 2009, foram gastos 2,84 bilhões de dólares com importações e gerada uma receita de 2,24 bilhões de dólares com as exportações. O preço médio por metro cúbico em maio de 2009 foi de 340 dólares para o petróleo importado e de 230 dólares para o petróleo exportado. O quadro a seguir mostra os dados consolidados de 2001 a 2008 e dos primeiros cinco meses de 2009.

> Comércio exterior de petróleo (milhões de metros cúbicos)

(minicos de menos edeleces)			
Ano	Importação	Exportação	
2001	24,19	6,43	
2002	22,06	13,63	
2003	19,96	14,03	
2004	26,91	13,39	
2005	21,97	15,93	
2006	20,91	21,36	
2007	25,38	24,45	
2008	23,53	25,14	
2009*	9,00	11,00	

<sup>\*</sup>Valores apurados de janeiro a maio de 2009.

Disponível em: http://www.anp.gov.br. Acesso em: 15 jul. 2009 (adaptado).

Considere que as importações e exportações de petróleo de junho a dezembro de 2009 sejam iguais a 7/5 das importações e exportações, respectivamente, ocorridas de janeiro a maio de 2009. Nesse caso, supondo que os preços para importação e exportação não sofram alterações, qual seria o valor mais aproximado da diferença entre os recursos despendidos com as importações e os recursos gerados com as exportações em 2009?

- A) 600 milhões de dólares.
- B) 840 milhões de dólares.
- 1,34 bilhão de dólares. C)
- 1,44 bilhão de dólares. D)
- 2,00 bilhões de dólares.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos bom o enunciado desta questão, pois os dados que ele fornece são todos utilizados e, além disso, utiliza uma linguagem clara possibilitando aos candidatos entenderem o que está sendo pedido.

Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nesta questão não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas são usados os assuntos de adição e multiplicação.



- o Resolução
- Importações do ano 2009

340 dólares 
$$\times$$
 9 milhões  $\times \frac{7}{5} = 4284$ 

4284 + 2840 bilhões de dólares gastos = 7124

Exportações do ano 2009

230 dólares × 11 milhões × 
$$\frac{7}{5}$$
 = 3542

3542 + 2240 bilhões de dólares gerados em uma receita = 5782

Diferença entre importações e exportações

o **Grau de dificuldade** Fácil.

# PET Matemática

#### • Questão 173 (Lorena Brizza)

Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura — 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior —, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura. Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base mas mantendo o mesmo molde quanto



aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

- A) 156 cm3.
- D) 216 cm3.
- B) 189 cm3.
- E) 540 cm3.
- C) 192 cm3.

#### Comentário sobre o enunciado

A questão se torna simples quando se sabe calcular o volume de uma pirâmide com base quadrangular.

É necessário que o candidato esteja atento para informações como os espaçamentos de uma pirâmide para a outra, a altura de cada bloco, etc., pois o enunciado da questão vem cheio de 'pegadinhas'.

Mas em geral, é uma questão interessante e fácil de ser resolvida.

#### o Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

Cálculo da área de uma pirâmide com base quadrangular, operações básicas

#### o Resolução

O volume V de uma pirâmide é calculado da seguinte forma:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Onde, Ab: área da base e h: altura

Como a base da pirâmide é um quadrado então:

$$V = \frac{(a^2) \cdot h}{3}$$

Onde, a: aresta da base

Calcularemos primeiramente o volume da pirâmide superior da vela, com a" = 1,5 cm e h"= 4 cm, pois a altura total h da pirâmide é de 19 cm, mas como os blocos que formam a pirâmide são espaçados de 1 cm então a temos h' = 19 - 3 = 16 cm,e, como cada bloco da pirâmide tem a mesma altura, h" = 16/4 = 4 cm.

O Volume v'' da pirâmide da parte superior é dado por:

$$V'' = \frac{(1,5^2) \cdot 4}{3} = 3cm^3$$

E o volume da pirâmide com a parte superior é:

$$V' = \frac{(6^2) \cdot 16}{3} = 192 cm^3$$

### RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG

Deste modo o dono passará a gastar com as parafina pra fabricar a vela:



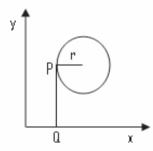
 $V = 192cm^3 - 3cm^3 = 189cm^3$ 

Resposta: Alternativa B

o Grau de dificuldade Médio.

## Questão 174 (Jogli Gidel)

Considere um ponto P em uma circunferência de raio r no plano cartesiano. Seja Q a projeção ortogonal de P sobre o eixo x, como mostra a figura, e suponha que o ponto P percorra, no sentido anti-horário, uma distância d ≤ r sobre a circunferência.



Então, o ponto Q percorrerá, no eixo x, uma distância dada por:

A) 
$$r\left(1-\operatorname{sen}\frac{d}{r}\right)$$

B) 
$$r\left(1-\cos\frac{d}{r}\right)$$
.

C) 
$$r\left(1-tg\frac{d}{r}\right)$$

D) 
$$rsen\left(\frac{r}{d}\right)$$
.

E) 
$$rcos\left(\frac{r}{d}\right)$$
.

#### Comentário sobre o enunciado

-Esta questão é interessante, pois estimula o candidato a ter criatividade na sua resolução.

-Esse tipo de problema é típico de Olimpíadas Brasileiras de Matemática

-A questão está boa, pois mostra uma ligação entre as noções iniciais de Trigonometria e os conceitos de Geometria.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

A questão aborda conteúdos do Ensino Médio, tais como: Projeção Ortogonal na reta e as noções iniciais de Trigonometria.

#### Resolução

Como o ponto P percorre uma distância d 

r sobre a circunferência, então considere o seu centro como sendo o ponto C.

O comprimento do segmento PC é r. Considerando um ponto P' da circunferência, onde o arco PP'≤r. Também considere um ponto P", a projeção ortogonal de P' sobre o eixo OX e C' a projeção ortogonal de C sobre o eixo OX, como a medida do segmento QC' é r, então a medida do segmento C'P" é:

$$r\cos(\frac{d}{r})$$
.Daí,a medida do segmento QP" é r-  $r\cos(\frac{d}{r})$ =r(1-  $r\cos(\frac{d}{r})$ ).

Portanto a alternativa correta é a letra b.

## Grau de dificuldade

Médio.

#### **Questão 175 (Alan Guimarães)**

João deve 12 parcelas de R\$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e cinco parcelas de R\$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João guitasse esta dívida imediatamente ou, na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 25% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R\$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João. ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado.

A opção que dá a João o menor gasto seria:

- A) renegociar suas dívidas com o banco.
- B) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas.
- C) recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos.
- D) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito.
- E) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

#### Comentário sobre o enunciado

Por ser muito longo e composto por várias condições e vários dados, o enunciado deste problema torna-se complexo. As alternativas são peças fundamentais para obter a solução do problema, uma vez que é preciso avaliar cada uma delas e ver qual é aquela mais vantajosa para João. Depois de uma prova tão longa, solucionar uma questão com tais características parece ser uma missão pouco agradável para o aluno.

 Tópico Específico do Ensino Médio abordado na guestão Nenhum tópico específico do Ensino Médio. Apenas Porcentagem e operações básicas.

#### Resolução

Se João renegociasse suas dívidas, teria como custo:

$$C_a = 18.(125) = 2250.$$

Caso João pegasse emprestado o dinheiro referente à quitação das duas dívidas, teria como custo:

$$C_b = \left[1500 + \frac{3}{4}(400)\right] \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow$$

$$C_b = 1800. \left(1 + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow$$

$$C_b = 2250.$$

## RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG Já se João tivesse pagado as dívidas nos devidos prazos, teria o custo:



$$C_c = 12.150 + 5.80 = 2200.$$

E se tivesse tomado emprestado apenas o dinheiro referente à quitação do cheque especial, teria como custo:

$$C_d = 1500 \left( 1 + \frac{1}{4} \right) + 400 \Rightarrow$$

$$C_d = 2275.$$

Por fim, pegando emprestado o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito, João terá por custo:

$$C_e = 300 \left(1 + \frac{1}{4}\right) + 12.(150) \Rightarrow$$

$$C_s = 300 + 75 + 1800 = 2175.$$

Logo, a alternativa correta é a letra 'e'.

#### Grau de dificuldade Médio.

## Questão 176 (Marcella Luanna)



Joana freguenta uma academia de ginástica onde faz exercícios de musculação. O programa de Joana requer que ela faça 3 séries de exercícios em 6 aparelhos diferentes, gastando 30 segundos em cada série. No aquecimento, ela caminha durante 10 minutos na esteira e descansa durante 60 segundos para começar o primeiro exercício no primeiro aparelho. Entre uma série e outra, assim como ao mudar de aparelho, Joana descansa por 60 segundos.

Suponha que, em determinado dia, Joana tenha iniciado seus exercícios às 10h30min e finalizado às 11h7min. Nesse dia e nesse tempo, Joana:

- A) não poderia fazer seguer a metade dos exercícios e dispor dos períodos de descanso especificados em seu programa.
- B) poderia ter feito todos os exercícios e cumprido rigorosamente os períodos de descanso especificados em seu programa.
- C) poderia ter feito todos os exercícios, mas teria de ter deixado de cumprir um dos períodos de descanso especificados em seu programa.
- D) conseguiria fazer todos os exercícios e cumpriria todos os períodos de descanso especificados em seu programa, e ainda se permitiria uma pausa de 7 min.
- E) não poderia fazer todas as 3 séries dos exercícios especificados em seu programa; em alguma dessas séries deveria ter feito uma série a menos e não deveria ter cumprido um dos períodos de descanso.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos regular o enunciado desta questão, pois há dados fornecidos na questão, que não são explicados, como o seguinte "3 séries de exercícios em 6 aparelhos diferentes". Será que um candidato de Ensino Médio sabe o que é série em uma academia? Possivelmente, só responderá a questão correta, quem sabe e quem pratica exercícios em uma academia, pois não fica explícito que a resposta será 3 x 6 = 18 séries.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão

Nesta questão não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas são usados os assuntos de adição, multiplicação e transformação de min para seg.

#### Resolução

- O tempo de Joana na academia é das 10:30h às 11:07h. Logo, seu tempo é de 37 minutos.
- O programa de Joana requer que ela faça 3 séries de exercícios em 6 aparelhos com o tempo de 30 segundos cada série. Então, Joana precisa executar 18 séries de 30 segundos cada. Entre as séries, ela descansa 60 segundos e na troca de aparelhos, também descansa 60 segundos. Então, sua série será dada por:

 $10 \times 60 + 18 \times 60 + 18 \times 30 = 600 + 1080 + 540 = 2220$  segundos

E nos 37 minutos de seu tempo, ela terá  $37 \times 60 = 2220$  segundos.

Portanto, Joana, nesse dia, executará todas as séries de exercícios e cumprirá rigorosamente todos os períodos de descanso do seu programa. Letra "b".

Grau de dificuldade Médio.

#### Questão 177 (Lorena Brizza)

Um artesão construiu peças de artesanato interceptando uma pirâmide de base quadrada com um plano. Após fazer um estudo das diferentes peças que poderia obter, ele concluiu que uma delas poderia ter uma das faces pentagonal.

Qual dos argumentos a seguir justifica a conclusão do artesão?

- A) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 arestas laterais e a interseção de um plano com a pirâmide intercepta suas arestas laterais. Assim, esses pontos formam um polígono de 4 lados.
- B) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 faces triangulares e, quando um plano intercepta essa pirâmide, divide cada face em um triângulo e um trapézio. Logo, um dos polígonos tem 4 lados.
- C) Uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces e a interseção de uma face com um plano é um segmento de reta. Assim, se o plano interceptar todas as faces, o polígono obtido nessa interseção tem 5 lados.
- D) O número de lados de qualquer polígono obtido como interseção de uma pirâmide com um plano é igual ao número de faces da pirâmide. Como a pirâmide tem 5 faces, o polígono tem 5 lados.
- E) O número de lados de qualquer polígono obtido interceptando-se uma pirâmide por um plano é igual ao número de arestas laterais da pirâmide. Como a pirâmide tem 4 arestas laterais, o polígono tem 4 lados.

#### Comentário sobre o enunciado

A questão é muito interessante, pois contempla aquele candidato que tem conhecimento sobre o assunto.

Apesar das alternativas parecerem extensas e, de que seja necessário testar todas elas para se obter a resposta final, se o candidato estiver atento, toda a questão se resume apenas as alternativas C e D (como veremos na resolução da questão).

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Geometria Espacial

#### Resolução

O polígono e questão é pentagonal, logo ele deverá ter 5 lados, isso já elimina as alternativas A, B e E, pois nelas o polígono obtido pelo corte do artesão tem apenas 4 lados.

Vamos analisar agora as alternativas C e D, começando pela D:

A alternativa D diz o seguinte: "O número de lados de gualquer polígono obtido como interseção de uma pirâmide com um plano é igual ao número de faces da pirâmide. Como a pirâmide tem 5 faces, o polígono tem 5 lados."

O polígono só terá 5 lados se essa o plano intersectar a pirâmide nas 5 faces delas.

Se, por exemplo, o plano que intersecta a pirâmide for paralelo a base dessa pirâmide, então ele só irá intersectar as suas faces laterais formando assim um polígono de 4 lados, portanto essa alternativa não é a correta.

A alternativa C diz o sequinte: Uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces e a interseção de uma face com um plano é um segmento de reta.

Assim, se o plano interceptar todas as faces, o polígono obtido nessa interseção tem 5 lados.

Como já havíamos dito se o plano intersectar a pirâmide nas 5 faces delas então o polígono terá 5 lados cada um obtido pelo corte em uma das faces da pirâmide.

o Grau de dificuldade Médio

O Indicador do CadÚnico (ICadÚnico), que compõe o cálculo do Índice de Gestão Descentralizada do Programa Bolsa Família (IGD), é obtido por meio da **média aritmética** entre a taxa de cobertura qualificada de cadastros (TC) e a taxa de atualização de cadastros (TA), em que  $TC = \frac{NV}{NF}$ ,  $TA = \frac{NA}{NV}$ , NV é o número de cadastros domiciliares válidos no perfil do CadÚnico, NF é o número de famílias estimadas como público alvo do CadÚnico e NA é o número de cadastros domiciliares atualizados no perfil do CadÚnico.

Portaria nº 148 de 27 de abril de 2006 (adaptado).

Suponha que o IcadÚnico de um município específico é 0,6. Porém, dobrando NF o IcadÚnico cairá para 0,5. Se NA + NV = 3.600, então NF é igual a:

- A) 10.000.
- B) 7.500.
- C) 5.000.
- D) 4.500.
- E) 3.000.

#### o Comentário sobre o enunciado

-Em geral, não é educativo questões de Matemática ter fórmulas caídas do "céu", conceitos de outras áreas que o candidato não tenha pleno conhecimento, em que o candidato tenha que fazer muitas contas, enfim, acredita-se que, questões de Matemática do Ensino Médio, tem por objetivo que o mesmo tenha criatividade na sua resolução.

#### Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nenhum, apenas equações de primeiro grau

#### Resolução

De acordo com a questão, o ICadÚnico = 
$$\frac{TC + TA}{2}$$
,  $TC = \frac{NV}{NF}$  e  $TA = \frac{NA}{NV}$  Sabendo que o ICadÚnico=0,6,então  $0.6 = \frac{TC + TA}{2} \Rightarrow TC + TA = 1,2,ou$  seja,

$$\frac{\text{NV}}{\text{NF}} + \frac{\text{NA.}}{\text{NV}} = 1,2 \Rightarrow \frac{\text{NV}^2 + \text{NANF}}{\text{NFNV}} = 1,2 \Rightarrow \text{NV}^2 + \text{NANF} = 1,2 \text{NFNV} \text{ (I)}$$

$$\text{Dobrando NF, o IcadÚnico cairá para 0,5,ou seja}$$

$$,0,5 = \frac{\text{TC} + \text{TA}}{2} \Rightarrow \text{TC} + \text{TA} = 1,\text{assim } \frac{\text{NV}}{2\text{NF}} + \frac{\text{NA}}{\text{NV}} = 1 \Rightarrow \frac{\text{NV}^2 + 2\text{NANF}}{2\text{NFNV}} = 1 \Rightarrow$$

$$NV^2 + 2NANF = 2NFNV \Rightarrow NV^2 = 2NFNV - 2NANF (II)$$

Substituindo (II) em (I), temos:

2NFNV-

2NANF+NANF=1,2NFNV
$$\Rightarrow$$
0,8NFNV=NANF $\Rightarrow$ NFNV= $\frac{1}{0,8}$ .NANF $\Rightarrow$ NV=1,25NA

Ora, assim, mas NA+NV=3600,  $NA+1,25NA=3600 \Rightarrow 2,25NA=3600 \Rightarrow NA=1600$ 

Então, de imediato, vem NV=2000.

Para encontrar NF basta substituir NA=1600 e NV=2000 em (I),  $(2000)^2 + 1600NF = 1,2(2000) NF \Rightarrow 4000000 + 1600NF = 2400NF \Rightarrow$ 800.NF =4000000  $\Rightarrow$  NF=5000

Portanto a alternativa correta é a letra c.

#### o Grau de dificuldade Médio.





#### **Questão 179 (Alan Guimarães)**

A cisterna é um recipiente utilizado para armazenar água da chuva. Os principais critérios a serem observados para captação e armazenagem de água da chuva são: a demanda diária de água na propriedade; o índice médio de precipitação (chuva), por região, em cada período do ano; o tempo necessário para armazenagem: e a área de telhado necessária ou disponível para captação. Para fazer o cálculo do volume de uma cisterna, deve-se acrescentar um adicional relativo ao coeficiente de evaporação. Na dificuldade em se estabelecer um coeficiente confiável, a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) sugere que sejam adicionados 10% ao volume calculado de água.

Desse modo, o volume, em  $m^3$ , de uma cisterna é calculado por  $Vc = Vd \times I$ Ndia, em que Vd = volume de demanda da água diária (m³), Ndia = número de dias de armazenagem, e este resultado deve ser acrescido de 10%.

Para melhorar a qualidade da água, recomenda-se que a captação seia feita somente nos telhados das edificações.

Considerando que a precipitação de chuva de 1 mm sobre uma área de 1 m2 produz 1 litro de água, pode-se calcular a área de um telhado a fim de atender a necessidade de armazenagem da seguinte maneira: área do telhado (em m²) = volume da cisterna (em litros)/precipitação.

> Disponível em: www.cnpsa.embrapa.br. Acesso em: 8 jun. 2009 (adaptado).

Para atender a uma demanda diária de 2.000 litros de água, com período de armazenagem de 15 dias e precipitação média de 110 mm, o telhado, retangular, deverá ter as dimensões mínimas de :

- A) 6 metros por 5 metros, pois assim teria uma área de 30 m².
- B) 15 metros por 20 metros, pois assim teria uma área de 300 m².
- C) 50 metros por 60 metros, pois assim teria uma área de 3.000 m<sup>2</sup>.
- D) 91 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 2.730m².
- E) 110 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 3.300 m².

#### Comentário sobre o enunciado

No segundo parágrafo dessa questão, é explicitado o modo como se calcula o volume de uma cisterna, em função de  $V_d$ ,  $N_{dia}$  e do coeficiente recomendo pela EMBRAPA. Sem dúvida, seria muito melhor fornecer a fórmula do volume da cisterna já estando incluso este coeficiente, como segue:

$$V_C = (V_d.N_{dia}) \left(1 + \frac{1}{10}\right).$$

O modo como o método de cálculo do volume da cisterna foi apresentado não ficou claro e induz o candidato a pensar que ele é dado por  $V_c = V_d$ .  $N_{dia}$ , o que não ocorre.

No quarto parágrafo, encontramos outro ponto que não ficou claro:



Por que a fórmula que fornece a área do telhado exige que o volume da cisterna seja dado em litros se, ao final, é preciso fazer a conversão para  $m^3$ ?

A nosso ver, para que uma questão de Matemática seja considerada adequada, ele precisa ser clara, concisa e objetiva. Seu enunciado deve conduzir o candidato à solução, e não à ambigüidades ou a um raciocínio improdutivo. Assim, pelos argumentamos acima apresentados, que o enunciado desta questão não esta bom.

Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão
 Nenhum tópico do Ensino Médio. Apenas operações básicas e conversão de unidades.

#### o Resolução

A demanda diária de água é $V_d$ =2000L=2 $m^3$  e o número de dias de armazenagem é  $N_{dia}$  = 15. Então o volume da cisterna é:

$$V_c = V_d \cdot N_{dia} \left( 1 + \frac{1}{10} \right) = 2m^3 \, 15 \left( 1 + \frac{1}{10} \right) = 30m^3 \left( 1 + \frac{1}{10} \right) = 33m^3.$$

Dessa forma, com esta demanda diária e precipitação média  $P_m = 110mm$ , o área do telhado será:

$$A_t = \frac{V_c}{P_m} = \frac{33m^3}{110mm} = \frac{33m^3}{0,11m} = 300m^2$$

Portanto, como está indicado na alternativa 'b', as dimensões do telhado são 15m por 20m.

 Grau de dificuldade Médio.

#### Questão 180 (Marcella Luanna)

Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir.

Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

- A) 3 doses.
- B) 4 doses.
- C) 6 doses.
- D) 8 doses.
- E) 10 doses.

#### Comentário sobre o enunciado

Consideramos regular o enunciado desta questão, pois nem todos os dados foram utilizados. A informação "O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses..." não é necessária para a resolução da questão.

 Tópico Específico do Ensino Médio abordado na questão Nesta questão não há nenhum assunto específico do Ensino Médio, apenas é usado o assunto de porcentagem.

#### Resolução

Pede-se o maior número admissível de doses para que um paciente considere aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento.

Sabe-se que a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais. Logo:

Em uma dose, a porcentagem do paciente sofra efeito colateral é:

$$100\% - 90\% = 1 - 0.9 = 0.1 = 10\%$$

Em duas doses:

$$100\% - 90\% \times 90\% = 1 - 0.9 \times 0.9 = 1 - 0.81 = 0.19 = 19\%$$

Em três doses:

$$100\% - 90\% \times 90\% \times 90\% = 1 - (0.9)^3 = 1 - 0.729 = 0.271 = 27.1\%$$

## 81 RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENEM 2009- PET-MATEMÁTICA UFCG Em quatro doses:



$$100\% - 90\% \times 90\% \times 90\% \times 90\% = 1 - (0.9)^4 = 1 - 0.6561 = 0.3439$$
  
= 34.39%

Em cinco doses:

$$100\% - 90\% \times 90\% \times 90\% \times 90\% \times 90\% = 1 - (0.9)^5 = 1 - 0.59049$$
  
= 0.40951 = 40.951%

Diante desses cálculos, com 6, 8 ou 10 doses, o risco de 35% é ultrapassado.

Logo, o maior número admissível de doses para esse paciente é quatro. Letra "b".

#### Grau de dificuldade Fácil