Universidade Federal de Campina Grande
Unidade Acadêmica de Matemática
Semana de Matemática

ENTRE A POESIA E A MATEMÁTICA:

A resolução geométrica de equações cúbicas feita pelo poeta Omar Khayyam.

[1] Daniela S.Enéas, [2]Emanuel C. A. Alves, [3]Daniel C. M. Filho

[1]Bolsista do Grupo PET-Matemática da UFCG- email: emanuelc@mat.ufcg.edu.br
[2]Bolsista do Grupo PET-Matemática da UFCG - email: dnleneas@gmail.com
[3] Tutor do Grupo PET-Matemática daUFCG- email: daniel@mat.ufcg.edu.br

INTRODUÇÃO

Ao pensarmos na história das resoluções das equações cúbicas, logo nos recordamos do grande conflito entre os matemáticos Girolamo Cardano (1501 - 1567) e Nicolo Tartaglia (1500 - 1557) pela autoria das resoluções das equações cúbicas. Pois, em 1545, Cardano publicou a primeira obra que descrevia algoritmos para as resoluções de equações de terceiro e quarto grau, que ficou conhecida por *Ars Magna*, porém, Tartaglia reivindicava que um dos métodos utilizado era de sua autoria – como consta no livro *"O romance das equações algébricas"* de Gilberto Geraldo Gari[1].

O que não é muito conhecido é o fato de que quatro séculos antes de todo esse conflito ocorrido no ocidente, Omar Khayyan (1048 - 1083) matemático, poeta e astrônomo persa publicou uma obra intitulada "*Tratado sobre Demonstrações de Álgebra*". Em seu trabalho consta uma curiosa resolução geométrica para uma equação cúbica da forma $x^3 + b^2x + a^3 = cx^2$, na qual ele faz uso da interseção de uma hipérbole com um semicírculo.

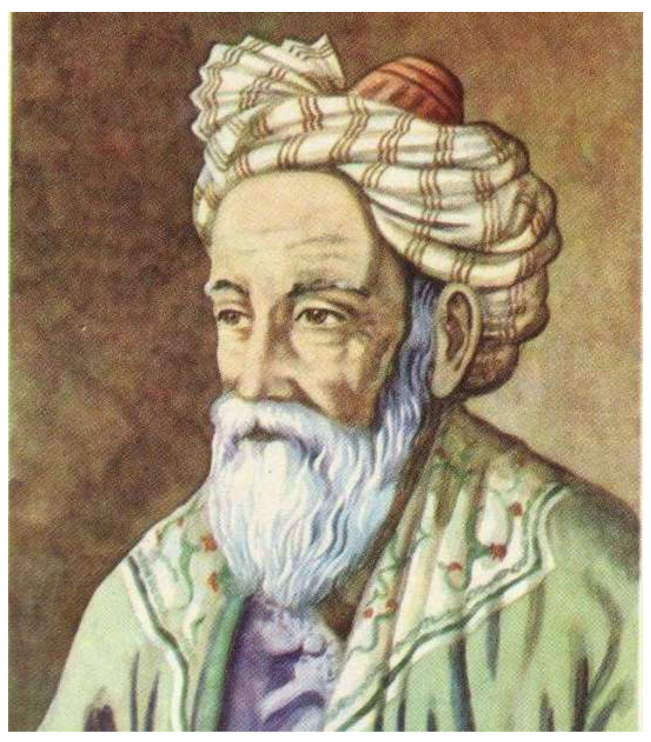

Figura 1: Omar Khayyan.

OBJETIVOS

Neste trabalho temos como objetivo apresentar o método geométrico de resolução de certos tipos de equações algébricas do terceiro grau inventado por Omar Khayyan, bem como alguns aspectos de sua biografia, já que ele é muito apreciado nos meios fora da Matemática, como poeta, cujo livro mais conhecida é Rubayat..

METODOLOGIA

Este trabalho é derivado das atividades realizadas dentro do Grupo PET-Matemática-UFCG. Nossa pesquisa bibliográfica partiu principalmente da seção do livro "Omar Khayyam's Solution of Cubic Equations" do livro "From Five Fingers to Infinity" de Frank J. Swetz.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Em 18 de maio de 1048, na cidade de Nishapur, Pérsia, nascia Omar Khayyan, um poeta, astrônomo e matemático que ficou famoso em sua época por ajustar o calendário persa com grande precisão. E mais tarde, no ocidente, Omar ficou conhecido por sua poesia, cuja obra de maior relevância chama-se Rubaiyat. Além disso, Omar Khayyan desenvolveu uma resolução geométrica, que pode ser quase toda construída com régua não graduada e compasso, para equações cúbicas da forma $x^3 + b^2x + a^3 = cx^2$ a qual mostraremos a seguir.

Problema: Dados os segmentos de reta medindo *a*, *b* e *c*, construir um segmento de reta de comprimento *x, com régua não graduada e compasso,* de modo que satisfaça a igualdade $x^3 + b^2x + a^3 = cx^2$.

Construção: Considere a figura 2, onde AB = a^3/b^2 (pode ser construído com a geometria grega), BC = c, EB = b e ED/BE = AB/BG.

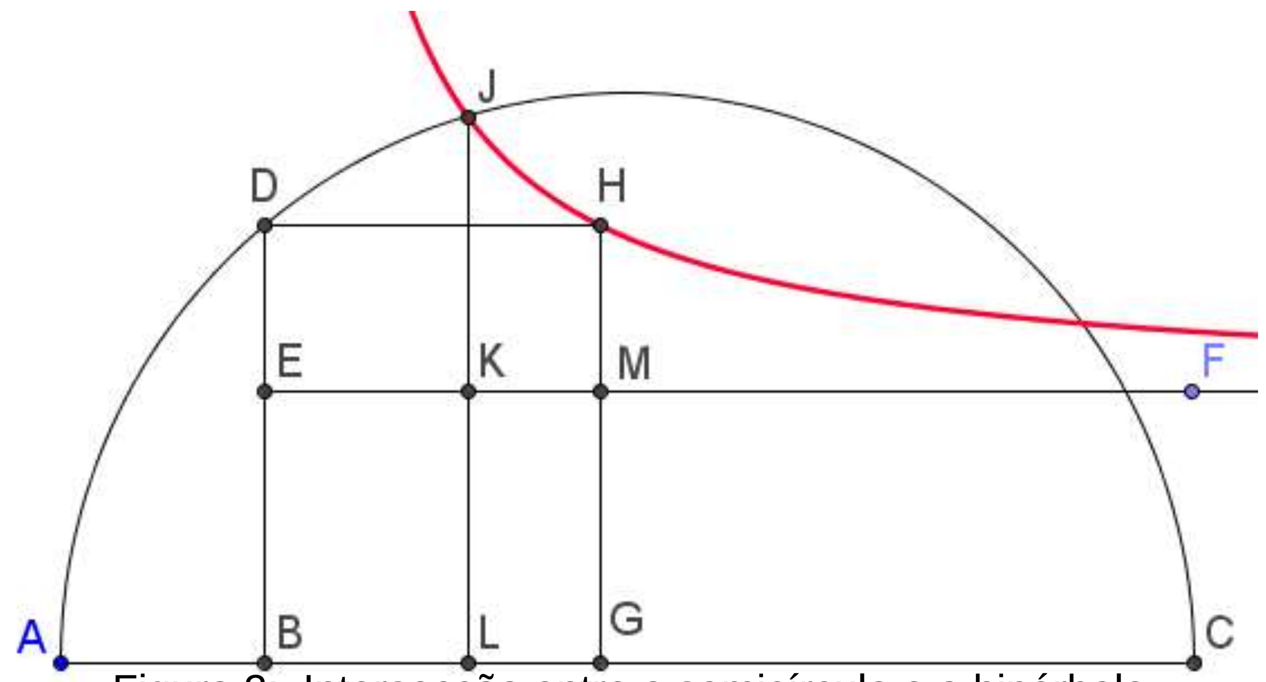

Figura 2: Intersecção entre o semicírculo e a hipérbole.

Demonstração:

1. J e H pertencem a hipérbole, assim EK.JK = EM.MH;
2. ED/BE = AB/BG implica ED. BG = AB.BE;
3. Substituindo BG por EM e ED por HM, e por 1 e 2 obtemos EK.KJ = BE.AB;
4. Ora, BL.LJ = EK.(LK + KJ) = EK.BE + BE.AB = BE.AL implica $BL^2.LJ^2=BE^2.AL^2$;
5. Pela geometria elementar, tem-se LJ^2 = AL.LC;
6. Então por 4 e 5, resulta em $BL^2.LC = BE^2.AL$ => $BL^2.(BC - BL) = BE^2.(BL+AB)$;
7. Com BL = x concluímos que

$$x^2.(c - x) = b^2.(x - a^3b^2) \Rightarrow x^3 + b^2x + a^3 = cx^2.$$

Podemos concluir que no método utilizado por Omar Khayyam é possível encontrar no máximo duas raízes reais positivas, caso a equação tenha apenas uma raiz real positiva, a hipérbole se intersectará no ponto H com o semicírculo. Em relação a construção da hipérbole com régua e compasso, é possível a construção ponto a ponto, onde podemos tomar $N \in EF$ e traçar um segmento NP, com P pertencente a hipérbole e $NP \perp EF$, logo EM.MH = EM.NP. Por fim, os estudos de Omar Khayyan eram bem notórios para a época, pois como os números negativos não eram bem aceitos na matemática, a resolução geométrica de Omar Khayyam era adequado aos problemas que surgiam.

REFERÊNCIAS

[1] GARI, G. G.. *O Romance das Equações Algébricas*. Livraria de Física: São Paulo, 2006.

[2] SWETZ, F. J.. *From five fingers to infinity: a journey through the history of mathematics*. Open Court Publishing Company, Chicago, 1994.