UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL

TUTOR: PROF. DR. DANIEL CORDEIRO DE MORAIS FILHO

RESOLUÇÃO COMENTADA DA PROVA DE MATEMÁTICA ENEM-2014

EQUIPE DE BOLSISTAS QUE RESOLVERAM A PROVA:

- Caio Antony Gomes de Matos Andrade
- Damy Ítalo Soares de Lima
- Daniela da Silva Enéas
- Emanuel Carlos Albuquerque Alves
- Fábio Monteiro da Silva
- Geovany Fernandes Patrício
- Ismael Sandro da Silva
- Lorynne de Sousa Santos
- Lucas da Silva
- Renato de Melo Filho
- Tiago Alves de Sousa
- Weslley Ferreira da Silva

APRESENTAÇÃO

Campina Grande, 29 de setembro de 2015

Mais uma vez o Grupo PET-Matemática-UFCG oferece aos alunos e professores a resolução da prova de Matemática do ENEM, dessa vez, a do ano de 2014. As questões foram resolvidas por nossos bolsistas, sob nossa supervisão. Não temos o interesse de exibir resoluções geniais ou imediatas, "macetes" que menosprezam a importância do estudo sério e da verdadeira aprendizagem. Interessa-nos contribuir com seriedade na formação dos alunos que farão essa prova, mostrando as soluções mais naturais que alguém poderia dar ao resolver as questões, sem esquecer de oferecer algumas dicas que um olhar mais perspicaz e mais treinado poderia perceber.

Há muito de pessoal na resolução de cada questão, inerente do estilo e da personalidade de quem a resolveu, por isso o autor de cada resolução é citado ao enunciar a questão. Parabenizamos nossos petianos por mais essa realização.

Esperamos que aproveitem, e, não é demais repetir o que já se conhece: não há sucesso sem estudo dedicado e honesto, e isso toma tempo. Dediquem-se. Boa leitura e esperamos contribuir para que façam uma boa prova de Matemática no ENEM 2015!

Sugestões: daniel@dme.ufcg.edu.br

Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho

Tutor PET-Matemática-UFCG

Questão 136

Comentários e resolução por Caio Antony

A Figura 1 representa uma gravura retangular com 8 m de comprimento e com 6 m de altura.

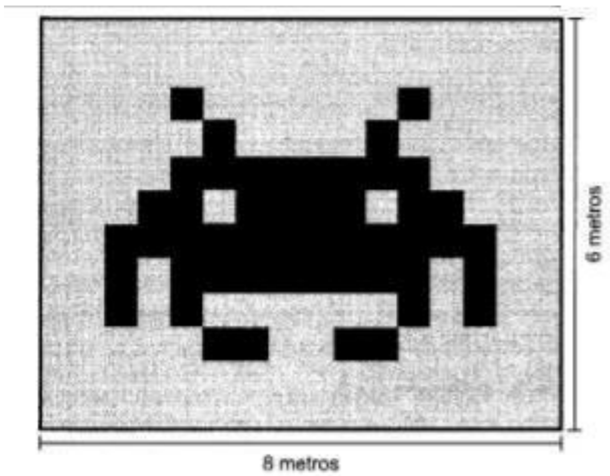


Figura 1

Deseja-se reproduzi-la numa folha de papel retangular com 42 cm de comprimento e 30 cm de altura, deixando livres 3 cm em cada margem, conforme a Figura 2.

Figura 2

A reprodução da gravura deve ocupar o máximo possível da região disponível, mantendo-se as proporções da figura 1.

A escala da gravura reproduzida na folha de papel é:

a) 1 : 3.

b) 1 : 4.

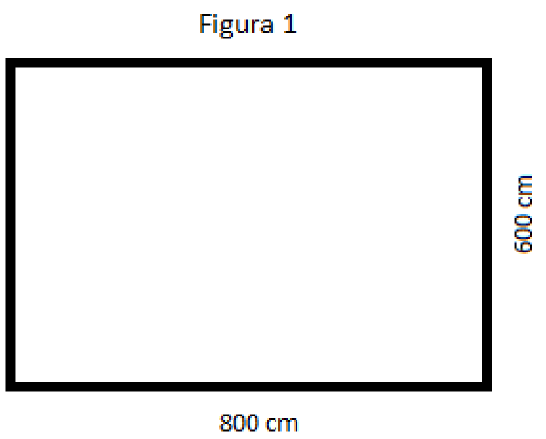
c) 1 : 20.

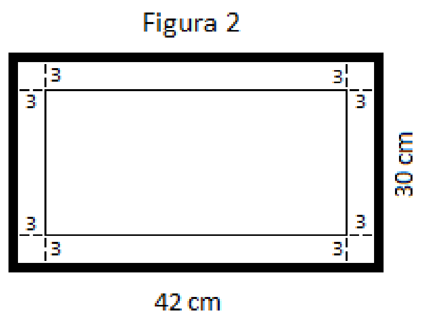
d) 1 : 25.

e) 1 : 31.

- **Resolução:**

Primeiramente, é importante notar qual é a unidade em que as medidas de comprimento estão. Como a Figura 1 está em uma unidade diferente da Figura 2, é necessário colocá-las na mesma unidade de medida. Para evitar número decimais, vamos usar centímetros para ambas. Assim, temos



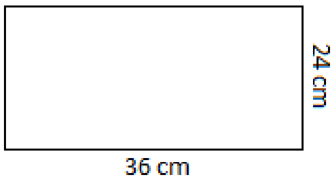


Comprimento: 42 – 3 – 3 = 36 cm.
Altura: 30 – 3 – 3 = 24 cm.

Agora, note que nós temos uma margem na Figura 2, de modo a sobrar uma área ainda menor para a gravura. Para chegarmos à real medida que será utilizada, faremos:

Figura 1

Figura 2



Podemos então pensar na escala entre elas. A escala é um quociente entre comprimentos, uma fração cujo numerador é um. Esse quociente representa a razão entre os lados das figuras. Ao realizar essa divisão, temos:

36 : 800 = 1 : 22,22...
24 : 600 = 1 : 25.

Dicas PET-Matemática:

Sempre atente às unidades de medida usadas em uma questão! É necessário que as mesmas grandezas estejam na mesma unidade de medida para operá-las. Escolha a que melhor simplificar suas contas!

Como essas são frações, é visível que 1 : 25 (0,040) representa um valor menor que 1 : 22,22... (veja a dica PET da questão 149 sobre comparação de frações). Já que para escolher a escala em que toda a gravura será representada é necessário escolher a menor, essa seria 1 : 25.

Resposta : alternativa (D).

- **Comentário:**

A questão é muito bem elaborada, cobrando conhecimentos que, apesar de básicos, estão entre os mais importantes na formação de um estudante. A noção de escalas é muito simples para aqueles que entendem de frações, mas pode ser um pouco confusa para os que não entendem. Se o leitor tem dificuldade com frações, recomenda-se ao mesmo suprir essa dificuldade o mais rápido possível.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Nenhum.

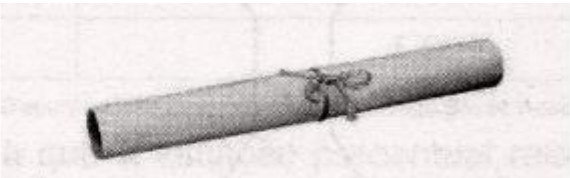
- **Nível da questão:**

Médio.

Questão 137

Comentários e resolução por Caio Antony

Uma empresa que organiza eventos de formatura confecciona canudos de diplomas a partir de folhas de papel quadradas. Para que todos os canudos fiquem idênticos, cada folha é enrolada em torno de um cilindro de madeira de diâmetro *d* em centímetros, sem folga, dando-se 5 voltas completas em torno de tal cilindro. Ao final, amarra-se um cordão no meio do diploma, bem ajustado, para que não ocorra o desenrolamento, como ilustrado na figura.



Em seguida, retira-se o cilindro de madeira do meio do papel enrolado, finalizando a confecção do diploma. Considere que a espessura da folha de papel original seja desprezível.

Qual é a medida, em centímetros, do lado da folha de papel usado na confecção do diploma?

a) πd.

b) $2\pi d$.

c) $4\pi d$.

d) $5\pi d$.

e) $10\pi d$.

- **Resolução:**

Para se resolver essa questão, é necessário saber como se calcula a medida de uma circunferência. Essa medida é dada por C = 2πr, sendo r o raio do círculo. Apesar de a figura referida ser um cilindro, a questão pede a medida do lado da folha de papel referente a cinco vezes a medida da circunferência. Note que a questão não pede essa medida em função do raio da circunferência, e sim do seu diâmetro, que vale o dobro do raio. Assim, para d = diâmetro, r = raio, C = circunferência, M = medida do lado da folha do papel, temos:

$$r = \frac{d}{2}. \quad (I)$$

$$C = 2\pi r. \quad (II)$$

$$M = 5C. \quad (III)$$

Substituindo *(I)* em *(II)*:

$$C = 2\pi\left({}^{d}/_{2}\right) = \pi d. \quad (IV)$$

E agora, substituindo (IV) em (III):

$$M = 5(\pi d) = 5\pi d.$$

Dessa forma, a medida pedida é de $5\pi d$.

Resposta: alternativa (D).

- **Comentário:**

Por mais simples que essa questão aparente ser, ela causa confusão por apresentar a resposta em função do diâmetro. Uma boa leitura é necessária para resolver não só essa, mas todas as questões da prova.

Dicas PET-Matemática:

A notação de raio costuma ser mais utilizada para o estudo de circunferências do que a do diâmetro, mas não se engane! Em algumas áreas de atuação, como a do design e da engenharia de produção, é mais comum o uso do diâmetro que do raio, pois ele é mais visível no desenho.

- **Tópicos específicos do Ensino Médio abordados na questão:**

  Geometria plana e geometria espacial.

- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 138

Comentários e resolução por Caio Antony

Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12 t. O ponto de sustentação central receberá 60% da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação.

No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente,

a) 1,8 t; 8,4 t; 1,8 t.

b) 3,0 t; 6,0 t; 3,0 t.

c) 2,4 t; 7,2 t; 2,4 t.

d) 3,6 t; 4,8 t; 3,6 t.

e) 4,2 t; 3,6 t; 4,2 t.

- **Resolução:**

A ponte carrega um total de 12 t, sendo 60% no ponto de sustentação central e o restante distribuido igualmente entre os outros pontos. Ora, se o ponto central sustentará 60% de 12 t, ele sustentará assim:

12 . 60/100 = 7,2 t.

Os demais pontos sustentarão, cada um:

(12 – 7,2) / 2 = 4,8 / 2 = 2,4 t.

Logo, temos 2,4 t; 7,2 t; 2,4 t, resposta dada pela alternativa C.

Resposta: alternativa (C).

- **Comentário:**

Uma das questões mais simples da prova, tratando-se apenas de um conceito de porcentagem.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Nenhum.

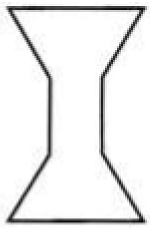
- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 139

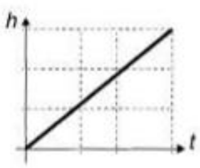
Comentários e resolução por Caio Antony

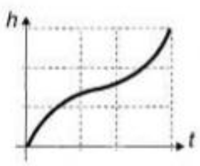
Para comemorar o aniversário de uma cidade, um artista projetou uma escultura transparente e oca, cujo formato foi inspirado em uma ampulheta. Ela é formada por três partes de mesma altura: duas são troncos de cone iguais e a outra é um cilindro. A figura é a vista frontal dessa escultura.

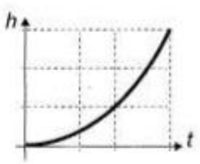


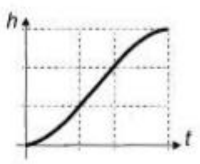
No topo da escultura foi lugada uma torneira que verte água pra dentro dela, com vazão constante.

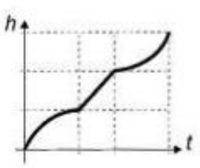
O gráfico que expressa a altura (h) da água na escultura em função do tempo (t) decorrido é

A


B


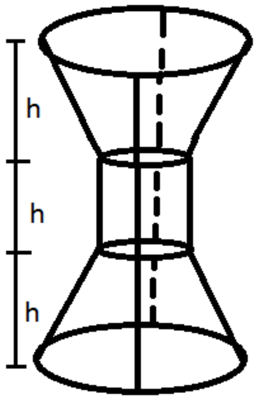
C


D


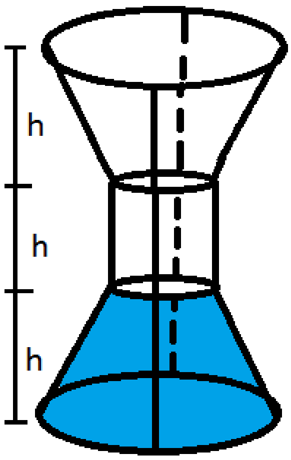
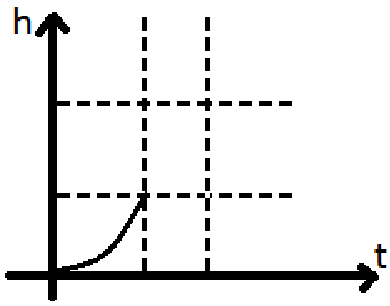
E


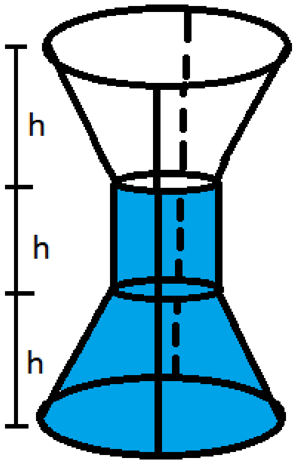
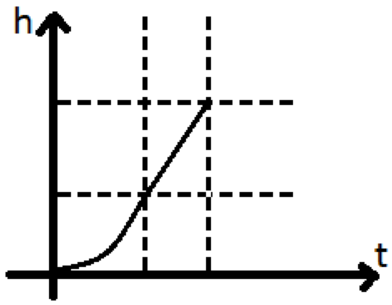
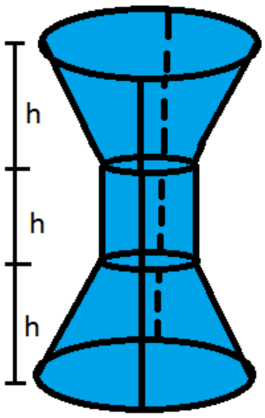
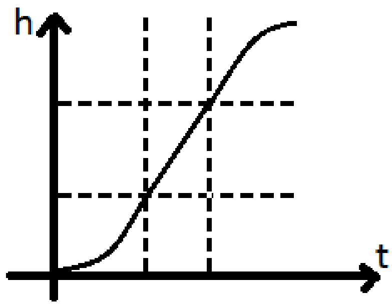
- **Resolução:**

Para visualizar melhor essa questão, vamos pensar na escultura como um sólido, e não só sua projeção. O desenho ficaria da seguinte forma:



Nosso sólido é composto por três partes, sendo um deles um cilindro e dois troncos de cone, os três com a mesma altura. A questão diz que haverá uma torneira ligada em cima dele, com o intuito de encher o mesmo de água. Iremos separar esse preenchimento em três etapas para uma melhor visualização, uma para cada parte do sólido.

		No primeiro terço do sólido, a água demora mais para encher no começo, pois é onde o raio do cone é maior. Esse processo começa a ficar mais rápido, até chegar a mesma velocidade de preenchimento do cilindro, pois o raio da base menor do nosso tronco de cone é igual ao raio da base do cilindro.

		O cilindro tem uma velocidade de preenchimento linear, por ser um prisma de base circular. Também nota-se que o seu preenchimento é mais rápido do que o dos troncos de cone, pois o fato de eles terem a mesma altura e a base do cilindro ser igual à menor base dos mesmos nos garante que ele tem menos volume.
		Aqui, ocorrendo de forma inversa à primeira etapa, o enchimento começa rápido e vai diminuindo sua velocidade.

Resposta: alternativa (D).

- **Comentário:**

Questão bastante difícil, combinando um enunciado confuso, uso de conhecimentos diversos, entre geometria e interpretação de gráficos, necessidade de abstração alta, entre outros fatores.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

  Geometria espacial.

- **Nível da questão:**

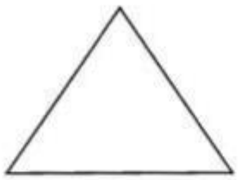
  Difícil.

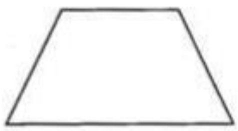
Questão 140

Comentários e resolução por Caio Antony

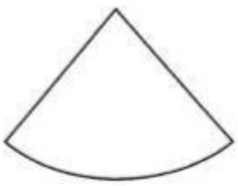
Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida.

Qual deverá ser a forma do adesivo?

A 

B 

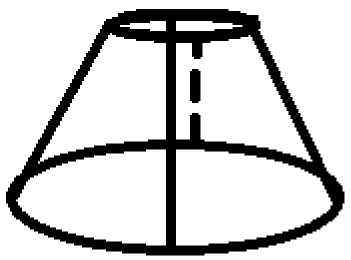
C 

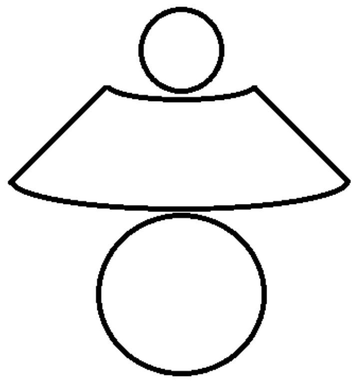
D 

E 

- **Resolução:**

Essa questão pede conhecimentos de geometria espacial e planificação de sólidos. Precisamos identificar com qual sólido estamos trabalhando e então planificar o mesmo. Nesse caso, estamos trabalhando com um tronco de cone, de forma e planificação parecidas com:





Dicas PET-Matemática:

Não é recomendável trabalhar com geometria sem ao menos um esboço das formas que estão sendo utilizadas. Sempre desenhe!

Como o que queremos para o adesivo é apenas a parte lateral do tronco de cone, o que nos resta é uma figura semelhante a da alternativa E, a nossa alternativa correta.

Resposta: alternativa (E).

- **Comentário:**

  É uma questão simples, bem escrita e fácil.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

  Geometria espacial.

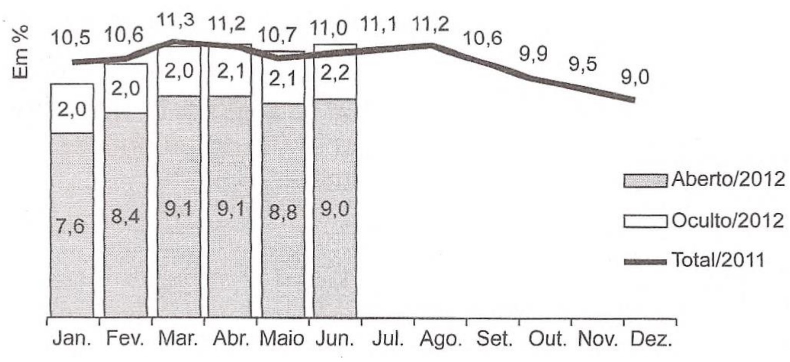
- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 141

Comentários e resolução por Damy Ítalo e Lorynne de Sousa

O gráfico apresnta as taxas de desemprego durante o ano de 2011 e o primeiro semestre de 2012 na região metropolitana de São Paulo. A taxa de desemprego total é a soma das taxas de desemprego aberto e oculto.



Suponha que a taxa de desemprego oculto do mês de dezembro de 2012 tenha sido a metade da mesma taxa em junho de 2012 e que a taxa de desemprego total em dezembro de 2012 seja igual a essa taxa em dezembro de 2011.

Nesse caso, a taxa de desemprego aberto de dezembro de 2012 teria sido em termos percentuais, de

a) 1,1.

b) 3,5.

c) 4,5.

d) 6,8.

e) 7,9.

- **Resolução:**

Para resolver esta questão, o primeiro ponto a ser observado é a taxa de desemprego oculto do mês de dezembro de 2012, que é a metade do mês de junho de 2014. Com esse fato, para obter a taxa de desemprego oculto de dezembro de 2012 temos:

Dicas PET-Matemática:

Note que a questão solicita que encontremos a porcentagem da taxa de desemprego aberto de dezembro de 2012, mas trabalha apenas com números decimais. É necessário atenção a esse tipo de detalhe nas questões para pouparmos tempo, evitando cálculos desnecessários.

$2{,}2 \div 2 = 1{,}1$.

O segundo ponto a ser observado é a taxa de desemprego total em dezembro de 2012, que é igual à taxa de desemprego total em dezembro de 2011. Sendo assim, basta subtrair a taxa de desemprego oculta da total:

$9{,}0 - 1{,}1 = 7{,}9$.

Logo, teremos o resultado desejado, a taxa de desemprego de 2012, que vale 7,9 % .

Resposta: alternativa (E).

- **Comentário:**

É uma questão simples, que exige apenas o conhecimento de divisão e subtração de números decimais e leitura de gráfico.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão:**

Nenhum.

- **Grau de dificuldade:**

Fácil.

Questão 142

Comentários e resolução por Damy Ítalo e Lorynne de Sousa

A taxa de fecundidade é um indicador que expressa a condição reprodutiva média das mulheres de uma região, e é importante para uma análise da dinâmica demográfica dessa região. A tabela apresenta os dados obtidos pelos Censos de 2000 e 2010, feitos pelo IBGE, com relação à taxa de fecundidade do Brasil.

Ano	Taxa de fecundidade no Brasil
2000	2,38
2010	1,90

Disponível em: www.saladeimprensa.ibge.gov.br. Acesso em: 31 jul. 2013.

Suponha que a variação percentual relativa na taxa de fecundidade no período de 2000 a 2010 se repita no período de 2010 a 2020.

Nesse caso, em 2020 a taxa de fecundidade no Brasil estará mais próxima de.

a) 1,14.

b) 1,42.

c) 1,52.

d) 1,70.

e) 1,80.

- **Resolução:**

O enunciado pede a taxa de fecundidade no Brasil em 2020, em que a variação percentual relativa na taxa de fecundidade no período de 2000 a 2010 se repita no período de 2010 a 2020. Para descobrirmos o valor da taxa em questão, faremos uso da regra de três simples:

$$1,90 \leftrightarrow 2,38$$

$$x \leftrightarrow 1,90$$

Onde 2,38; 1,90 e x são as taxas de fecundidade em 2000, 2010 e em 2020, respectivamente. Daí, temos $x = 1,90 \cdot 1,90 \div 2,38 \approx 1,52$.

Resposta: alternativa (C).

- **Comentário:**

É uma questão simples que trabalha o tratamento da informação, exigindo interpretação de texto e proporcionalidade, como grande parte dos assuntos abordados no Enem.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão:**

Nenhum.

- **Grau de dificuldade:**

Fácil.

Questão 143

Comentários e resolução por Damy Ítalo e

O Ministério da Saúde e as unidades federadas promovem frequentemente campanhas nacionais e locais de incentivo à doação voluntária de sangue, em regiões com menor número de doadores por habitante, com o intuito de manter a regularidade de estoques nos serviços hemoterápicos. Em 2010, foram recolhidos dados sobre o número de doadores e o número de habitantes de cada região conforme o quadro seguinte.

Taxa de doação de sangue, por região, em 2010			
Região	**Doadores**	**Número de habitantes**	**Doadores/ habitantes**
Nordeste	820 959	53 081 950	1,5%
Norte	232 079	15 864 454	1,5%
Sudeste	1 521 766	80 364 410	1,9%
Centro-Oeste	362 334	14 058 094	2,6%
Sul	690 391	27 386 891	2,5%
Total	3 627 529	190 755 799	1,9%

Os resultados obtidos permitiram que estados, municípios e o governo federal estabelecessem as regiões prioritárias do país para identificação das campanhas de doação de sangue.

o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

A campanha deveria ser intensificada nas regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

Disponível em: http://bvsms.saude.gov.br. Acesso em: 2 ago. 2013 (adaptado).

As regiões brasileiras onde foram intensificadas as campanhas na época são

a) Norte, Centro-Oeste e Sul.

b) Norte, Nordeste e Sudeste.

c) Nordeste, Norte e Sul.

d) Nordeste, Sudeste e Sul.

e) Centro-Oeste, Sul e Sudeste.

- **Resolução:**

A questão pede as regiões brasileiras onde foram intensificadas as campanhas. Mas as mesmas só seriam intensificadas em regiões em que o percentual de doadores por habitantes fosse menor ou igual ao do país.

O percentual total do país, de acordo com a tabela, é 1,9%. Como podemos observar, na tabela, os estados quem apresentam a taxa de doadores por habitantes maiores que ou igual ao do país são o Norte e o Nordeste com taxa de 1,5% e o Sudeste com 1,9%. Portanto, a alternativa correta é a que possui Norte, Nordeste e Sudeste.

Resposta: alternativa (B).

- **Comentário:**

Questão simples, que exige do candidato apenas interpretação de texto e de tabelas.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão:**

Nenhum.

- **Grau de dificuldade:**

Fácil.

Questão 144

Comentários e resolução por Damy Ítalo e Lorynne de Sousa

Um *show* especial de Natal teve 45 000 ingressos vendidos. Esse evento ocorrerá em um estádio de futebol que disponibilizará 5 portões de entrada, com 4 catracas eletrônicas por portão. Em cada uma dessas catracas, passará uma única pessoa a cada 2 segundos. O público foi igualmente dividido pela quantidade de portões e catracas, indicados no ingresso para o *show*, para a efetiva entrada no estádio. Suponha que todos aqueles que compraram ingressos irão ao *show* e que todos passarão pelos portões e catracas eletrônicos indicados.

Qual é o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas?

a) 1 hora.

b) 1 hora e 15 minutos.

c) 5 horas.

d) 6 horas.

e) 6 horas e 15 minutos.

- **Resolução:**

O enunciado pede o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas. Primeiramente, vamos encontrar o total de catracas que existem no estádio. Sabemos que a cada portão há 4 catracas e que há 5 portões. Multiplicaremos o número de portões pelo número de catracas:

$$5 \text{ portões} \cdot 4 \text{ catracas por portão} = 20 \text{ catracas no total.}$$

Sabemos também que foram vendidos 45.000 ingressos e que a quantidade de ingressos é também o número total de pessoas que passarão pelas catracas, dividiremos o número de ingressos vendidos pelas quantidades de catracas, obteremos assim o número de pessoas que passarão por cada catraca:

$$45\,000 \text{ pessoas} \div 20 \text{ catracas} = 2\,250 \text{ pessoas por catraca.}$$

Como passará uma única pessoa a cada 2 segundos, calcularemos o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas multiplicando o tempo gasto por cada pessoa pelo total de pessoas que passarão por cada catraca.

$$2\,250 \text{ pessoas} \cdot 2 \text{ segundos} = 4\,500 \text{ segundos.}$$

Desse modo, concluímos que o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas será 4.500 segundos. Porém as alternativas citadas estão em horas, usaremos a regra de três simples para convertermos 4.500 segundos em horas:

$$3600 \text{ segundos} \leftrightarrow 1 \text{ hora}$$
$$4500 \text{ segundos} \leftrightarrow x \text{ horas}$$
$$x = 1{,}25 \text{ horas}$$

Usaremos novamente a regra de três simples pra transformar as horas em minutos, como pede o enunciado:

$$1{,}25 = 1{,}00 + 0{,}25$$
$$1 \text{ hora} \leftrightarrow 60 \text{ minutos}$$
$$0{,}25 \text{ hora} \leftrightarrow y \text{ minutos}$$
$$y = 15 \text{ minutos}$$

Logo, o tempo mínimo para que todos passem pelas catracas é de 1 hora e 15 minutos.

Resposta: alternativa (B).

- **Comentário:**

Questão simples que exige interpretação de texto e conhecimentos básicos da matemática como multiplicação, divisão e conversão de medidas (no caso, de tempo).

- **Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão:**

Nenhum.

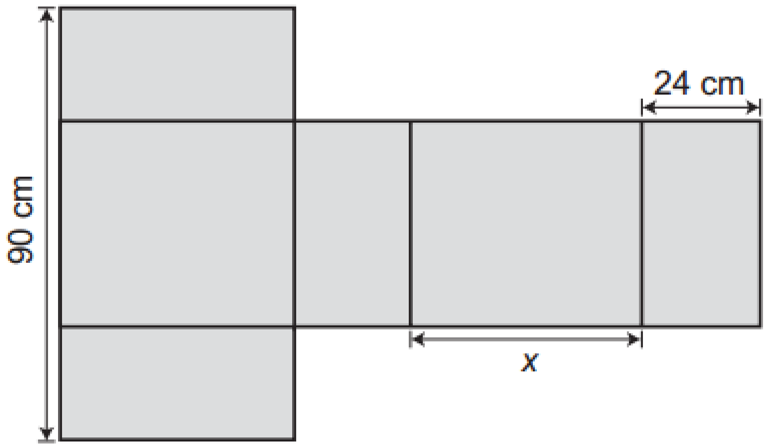
- **Grau de dificuldade:**

Fácil.

Questão 145

Comentários e resolução por Daniela Enéas

Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não pode ser superior a 115 cm, forma de um paralelepípedo retângulo.



O maior valor possível para x, em centímetros, para que a caixa permaneça dentro dos padrões permitidos pela Anac é:

a) 25.

b) 33.

c) 42.

d) 45.

e) 49.

- **Solução:**

Para resolver a questão, é necessário que tenhamos uma visão espacial do paralelepípedo que está sendo planificado. Com isso, observamos que uma das dimensões vale $24\ cm$, outra vale x cm e a terceira vale 90 - $2 \cdot 24$ = 42 cm. Assim, para que a soma das três dimensões seja de no máximo 115 cm, é necessário que:

$$x + 24 + 42 \leq 115.$$

$$x \leq 49cm.$$

Concluímos assim que x pode assumir no máximo $49cm$.

Resposta: alternativa (E).

- **Comentário:**

Essa questão requer o máximo de atenção em relação a figura, pois aparentemente as medidas de x e y são iguais, o que não é verdade.

Dicas PET-Matemática:

Prestar bem atenção na forma das figuras, pois alguns retângulos podem ser bem parecidos com quadrados.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados na questão:**

Noção de geometria plana, com o conceito de perímetro e sistema de equações.

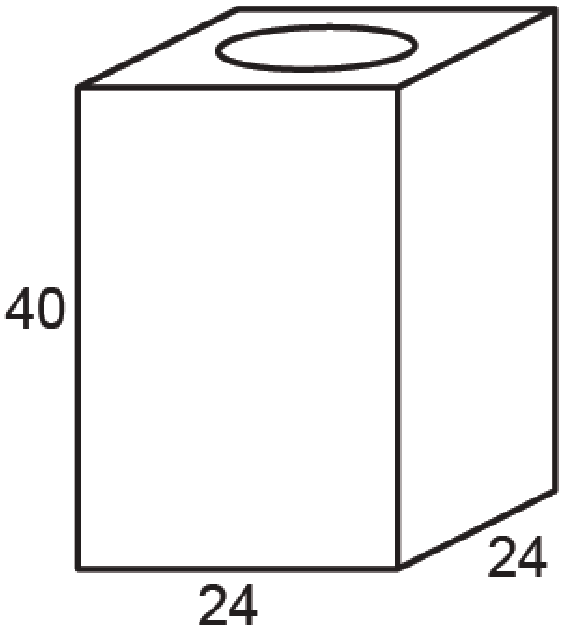
- **Grau de dificuldade:**

Fácil

Questão 146

Comentários e resolução por Daniela Enéas

Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostrada na figura abaixo,



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em:

a) 14,4%

b) 20,0%

c) 32,0%

d) 36,0%

e) 64,0%

- **Solução:**

Começamos calculando o volume da lata que representaremos por V e é dado por,

$V = A_b \cdot H.$

Onde $A_b = l^2$ e $l = 24$, nos dando $A_b = 576$ e assim $V = 576.40 = 23040$. Precisamos saber quanto vale 25 por cento de 24 e para isso usaremos regra de três,

Dicas PET-Matemática:

Evite cálculos! Para saber quanto é 25% de algo, é só dividir por quatro. É metade da metade!

$24 \leftrightarrow 100$

$x \leftrightarrow 25$

$$x = \frac{25 \cdot 24}{100} = \frac{600}{100} = 6.$$

Portanto, as novas dimensões da base da lata são de 30. Então a nova área da base é de $A_{b1} = 900$ e como o volume será o mesmo então

$$V = A_{b_1} H_1$$

$$H_1 = \frac{V}{A_{b_1}}$$

$$H_1 = \frac{23040}{900} = 25{,}6.$$

E para saber a porcentagem final da altura da lata, usaremos novamente regra de três simples

$40 \leftrightarrow 100$

$25{,}6 \leftrightarrow y$

$$y = \frac{2560}{40} = 64\%.$$

Cuidado, pois 64% não é a resposta que procuramos, pois é pedido a porcentagem da altura que foi reduzida, e 64% é a porcentagem final da altura. Assim, a redução da altura é de 100% - 64% = 36%.

Resposta: alternativa (D).

- **Comentários:**
  O enunciado é curto e de fácil compreensão , embora uma falta de atenção no final da questão pode acarretar um erro na hora de escolher a alternativa correta.

- **Tópicos específicos do Ensino Médio abordados na questão:**
  Geometria plana e espacial.

- **Nível da questão:**
  Média.

Questão 147

Comentários e resolução por Daniela Enéas

Uma organização não governamental divulgou um levantamento de dados realizado em algumas cidades brasileiras sobre saneamento básico. Os resultados indicam que somente 36% do esgoto gerado nessas cidades é tratado, o que mostra que 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento são lançados todos os dias nas águas. Uma campanha para melhorar o saneamento básico nessas cidades tem como meta a redução da quantidade de esgoto lançado nas águas diariamente, sem tratamento, para 4 bilhões de litros nos próximos meses. Se o volume de esgoto gerado permanecer o mesmo e a meta dessa campanha se concretizar, o percentual de esgoto tratado passará a ser

a) 72%

b) 68%

c) 64%

d) 54%

e) 18%

- **Solução:**

Perceba que, 8 bilhões de litros de água equivale a 64% do esgoto (optamos por abreviar a notação de bilhões por b, assim simplificando os cálculos). Logo, por regra de três simples, encontramos

$$64 \leftrightarrow 8\ bilhões$$

$$36 \leftrightarrow x$$

$$x = \frac{36 \cdot 8b}{64} = \frac{288b}{64} = 4{,}5\ bilhões.$$

Somente $4{,}5\ bilhões$ de água do esgoto está sendo tratado. A meta é que esse número suba para $8{,}5\ bilhões$.

$$64\% \leftrightarrow 8b$$

$$y \leftrightarrow 8{,}5b$$

$$y = \frac{8{,}5b \cdot 64}{8b} = \frac{544}{8} = 68\%.$$

Logo se a meta for cumprida serão tratados 68% do esgoto.

Dicas PET-Matemática:

Não precisamos de cálculos, com a leitura do enunciado percebemos que 8 bilhões equivale a 64% e por isso 4 bilhões equivale a 32% . É exatamente a quantidade de esgoto tratado que queremos adicionar para que a meta seja cumprida. Nesse caso, teremos 68% de esgoto tratado.

Resposta: alternativa (B).

- **Comentários:**

Apesar de curto, o enunciado requer atenção. Pois, por descuido o aluno pode pegar dados errados e consequentemente errar a questão.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Foi abordado o conteúdo de regra de três, o qual não é ementa do ensino médio.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 148

Comentários e resolução por Daniela Enéas

Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R$ 400 000,00, distribuídos de acordo com o Gráfico 1 ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução está no Gráfico 2.

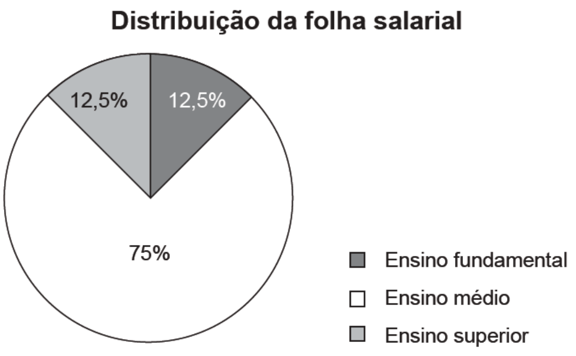


Gráfico 1

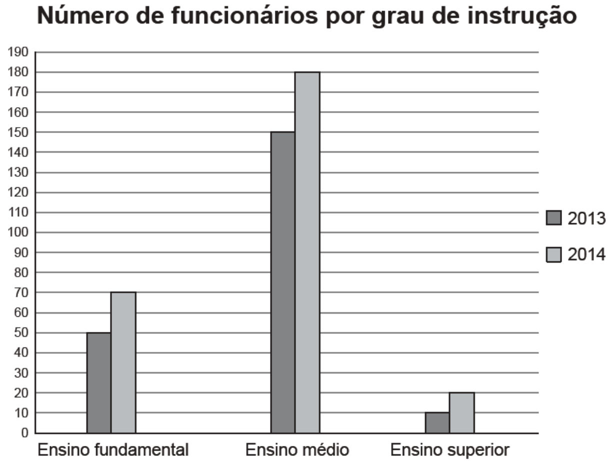


Gráfico 2

Qual deve ser o aumento na receita da empresa para que o lucro mensal em 2014 seja o mesmo de 2013?

a) R$ 114 285,00

b) R$ 130 000,00

c) R$ 160 000,00

d) R$ 210 000,00

e) R$ 213 333,00

- **Solução:**

Sabemos que, o gasto total com a folha salarial em 2013 foi de $R\$400000,00$. Por meio de regras de três simples encontraremos quanto foi gasto com cada uma das classes de funcionários.

Dicas PET-Matemática:

Facilite seus cálculos! Substitua três zeros de cada número pela palavra "mil".

Observe que, a parcela do salário dos funcionários que têm ensino fundamental e superior é cada uma $12,5\%$ de $400\ mil$ reais.

$$100\ \% \leftrightarrow 400\ mil$$

$$12,5\% \leftrightarrow x$$

$$x = \frac{12,5 \cdot 400\ mil}{100} = 50\ mil$$

Logo, foram gastos com os trabalhadores de ensino médio 300 mil reais. Pelo gráfico 2, vemos que em 2013 tinham 50 funcionários do ensino fundamental, 150 funcionários do ensino médio e 10 funcionários de ensino superior.

Para saber o salário dos funcionários, basta fazer o quociente entre a quantidade de dinheiro gasto com cada classe e a quantidade de funcionários de cada uma das classes.

Logo o salário dos funcionários do ensino fundamental:

$$\frac{50\ mil}{50} = 1\ mil$$

O salário dos funcionários do ensino médio

$$\frac{300\ mil}{150} = 2\ mil$$

E dos funcionários do ensino superior

$$\frac{50\ mil}{10} = 5\ mil$$

Fazemos tabelas para facilitar o entendimento. Observe as tabelas:

Ano: 2013

Nível de Escolaridade	**Quantidade de Funcionários**	**Salário**
Ensino Fundamental	50	$R\$1000,00$
Ensino Médio	150	$R\$2000,00$
Ensino Superior	10	$R\$5000,00$
	TOTAL GASTO	$R\$400000,00$

Ano: 2014

Nível de Escolaridade	**Quantidade de Funcionários**	**Salário**
Ensino Fundamental	70	$R\$1000,00$
Ensino Médio	130	$R\$2000,00$
Ensino Superior	20	$R\$5000,00$
	TOTAL GASTO	$R\$530000,00$

Portanto, o aumento nos gastos com a folha salarial foi de $R\$130000,00$. E assim esse deve ser o valor que a receita deve aumentar para que o lucro continue o mesmo.

Resposta: alternativa (B).

- **Comentários:**

Embora de fácil resolução, essa questão possui um enunciado cansativo, pois tem muitas figura e com muitos dados distintos o que a torna um pouco trabalhosa.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Interpretação de gráficos.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 149

Comentários e resolução por Emanuel Carlos.

Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho.

Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:

Jogador I - Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.

Jogador II - Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.

Jogador III - Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.

Jogador IV - Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.

Jogador V - Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.

Qual desses jogadores apresentou maior desempenho?

a) I.

b) II.

c) III.

d) IV.

e) V.

- **Resolução:**

No enunciado da questão é definido o desempenho como sendo a razão (r) entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos (t) e o número de jogadas (n). Assim, o melhor desempenho é a do jogador que possui maior razão. Calculando a razão de cada jogador, temos:

- $r_1 = \frac{50}{85} = \frac{10}{17}$
- $r_2 = \frac{40}{65} = \frac{8}{13}$
- $r_3 = \frac{20}{65} = \frac{4}{13}$
- $r_4 = \frac{30}{40} = \frac{6}{8}$
- $r_5 = \frac{48}{90} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$

Como não dispunhamos de calcudora, podemos começar as comparações com as razões de mesmo denominador, no caso, $r_2 = \frac{8}{13}$ e $r_3 = \frac{4}{13}$. Logo, por ter maior nominador, $r_2 > r_3$. Além disso, podemos comparar as razões com mesmo nominador, no caso, $r_2 = \frac{8}{13}$ e $r_5 = \frac{8}{15}$. Logo, por ter menor denominador, $r_2 > r_5$.

Agora, basta comparar as razões restantes duas a duas. Para isso, basta efetuar

Dicas PET-Matemática: Comparando Frações:

Denominador igual: $a > b \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Numerador igual: $a > b \Rightarrow \frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

Caso Geral: $\frac{a}{c} e \frac{b}{d}$, basta comparar $\frac{a}{c} . \frac{d}{d}$ e $\frac{b}{d} . \frac{c}{c}$ ou $\frac{a}{c} . \frac{b}{b}$ e $\frac{b}{d} . \frac{a}{a}$

produtos que façam os denominadores serem iguais e comparar os numeradores. Daí,

- $r_2 > r_1$, pois $r_2 = \frac{8}{13}.\frac{17}{17} > \frac{10}{17}.\frac{13}{13} = r_1$.
- $r_4 > r_2$, pois $r_4 = \frac{6}{8}.\frac{13}{13} > \frac{8}{13}.\frac{8}{8} = r_2$.

Portanto, o jogador IV foi o vencedor.

Resposta: alternativa (D).

- **Comentário:**

É uma questão simples, que exige um pouco de tempo para efetuar os cálculos necessários para realizar as comparações. Logo, é bom o candidato ter boas estratégias e rapidez na realização destas comparações para não consumir muito tempo. Uma estratégia que sugerimos é a forma de comparar frações da **Dica PET**.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

Os conteúdos abordados foram razão, frações e comparação de frações. Desse modo, não há assuntos específicos do ensino médio abordado.

- **Grau de dificuldade:**

Fácil.

Questão 150.

Comentários e resolução por Emanuel Carlos

Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova final de química; No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menos nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é

a) 18.

b) 19.

c) 22.

d) 25.

e) 26.

- **Resolução:**

O vencedor é o candidato cuja média ponderada seja a maior. Como a nota final de química (NQ) tem peso 4 e a nota final de física (NF) tem peso 5 podemos calcular a média ponderada (M_i) por

$$M_i = \frac{4 \times NQ_i + 6 \times NF_i}{10},$$

onde *i* corresponde ao número do candidato.

Daí,

- $M_1 = \frac{4.20+6.23}{10} = \frac{218}{10}$
- $M_2 = \frac{4.x+6.25}{10} = \frac{4x+150}{10}$
- $M_3 = \frac{4\times 21+6\times 18}{10} = \frac{192}{10}$

Como queremos que M_2 seja a maior média e $M_1 > M_3$, então queremos determinar o valor de x tal que $M_2 > M_1$. Daí,

$$M_2 > M_1 \Rightarrow \frac{4x + 150}{10} > \frac{218}{10} \Rightarrow 4x + 150 > 218 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x > 68 \Rightarrow x > 17 \Rightarrow x \geq 18.$$

Portanto, a menor nota necessária para o segundo candidato obter a maior média é 18.

Resposta: alternativa (A).

- **Comentário:**

Esta questão requer um bom raciocínio do candidato para encontrar o resultado correto. Assim, é bom ter sempre calma e paciência ao resolver as questões da prova de matemática.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

Os conteúdos abordados foram média, especificamente média ponderada, equação e inequação do primeiro grau.

- **Grau de dificuldade:**

Médio.

Questão 151.

Comentários e resolução por Emanuel Carlos

Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugas dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a vídeo recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugara um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos sem que nenhum filme seja repetido.

De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

a) $20 \times 8! + (3!)^2$.

b) $8! \times 5! \times 3!$.

c) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$.

d) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$.

e) $\frac{16!}{2^8}$.

- **Resolução:**

Para o primeiro par de filmes a ser pego temos 8 possibilidades de filmes de ação e 5 de comédia, logo

1º par: $8 \cdot 5$ possibilidades

Para o 2º par, temos

2º par: $7 \cdot 4$ possibilidades, pois um filme de ação e um de drama já foram locados.

Consequentemente:

3º par: $6 \cdot 3$ possibilidades

4º par: $5 \cdot 2$ possibilidades

5º par: $4 \cdot 1$ possibilidades

Agora, os pares 7, 8 e 9 serão compostos de um filme de ação e um de drama. Como restam 3 filmes de ação e 3 de drama, segue que

6º par: $3 \cdot 3$ possibilidades

7º par: $2 \cdot 2$ possibilidades

8º par: $1 \cdot 1$ possibilidade

Ora, a quantidade total de possibilidades , pelo princípio multiplicativo, será o produto das possibilidades de cada par. Logo

$(8 \cdot 5)(7 \cdot 4)(6 \cdot 3)(5 \cdot 2)(4 \cdot 1)(3 \cdot 3)(2 \cdot 2)(1 \cdot 1) = (8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)\ (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)$

$= 8! \cdot 5! \cdot 3!$

Resposta: alternativa (B).

- **Comentário:**

Como toda questão que envolve técnicas de contagem é necessária extrema atenção no seu enunciado, além disso, tente respondê-la analisando sequencialmente as informações, dessa forma, a resolução chegará mais rápida e clara.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

Os conteúdos abordados foram técnicas de contagem e princípio multiplicativo.

- **Grau de dificuldade:**

Difícil.

Questão 152.

Comentários e resolução por Emanuel Carlos

O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20.

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

a) 0,02048.

b) 0,08192.

c) 0,24000.

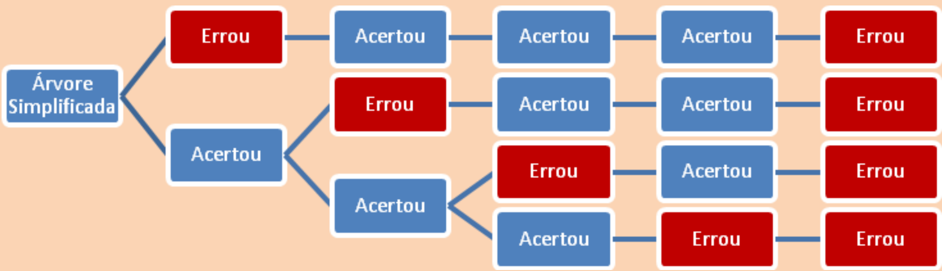
d) 0,40960.

e) 0,49152.

- **Resolução:**

Devemos calcular a probabilidade de o candidato errar pela segunda vez na quinta chance, este evento chamaremos de A, sabendo que a probabilidade de errar uma questão é de 0,20.

DICAS PET: Em vez de construir a árvores de possibilidade completa, podemos tentar **observar apenas as possibilidades que nos convém**. No caso, sabemos que na quinta chance o candidato errou a pergunta, logo, basta organizar a outra possibilidade de errar nas demais perguntas. Dessa forma, obtemos a seguinte árvore de possibilidade simplificada:



Assim, temos $A = \{eaaae, aeaae, aaeae, aaaee\}$ e, consequentemente, $A = 4$, onde a significa que o candidato acertou a pergunta e e que ele errou.

Daí, a probabilidade de que o evento A, $P(A)$, ocorra será

$$P(A) = P(eaaae) + P(aeaae) + P(aaeae) + P(aaaee) =$$

$$= P(e)P(a)P(a)P(a)P(e) + P(a)P(e)P(a)P(a)P(e) +$$

$$+ P(a)P(a)P(e)P(a)P(e) + P(a)P(a)P(a)P(e)P(e) =$$

$$= [P(a)]^3.[P(e)]^2 + [P(a)]^3.[P(e)]^2 + [P(a)]^3.[P(e)]^2 + [P(a)]^3.[P(e)]^2 =$$

$$4.[P(a)]^3.[P(e)]^2.$$

devido ao princípio multiplicativo.

Pelo fato de os eventos serem independentes, a probabilidade de os eventos ocorrerem é o produto das probabilidades. Como $P(a) = 1 - P(e) = 1 - 0{,}20 = 0{,}80$, temos

$$P(A) = 4.[P(a)]^3.[P(e)]^2 = 4.(0{,}8)^3.(0{,}2)^2 = 0{,}08192.$$

Resposta: alternativa (B).

- **Comentário:**

É uma questão simples, que exige apenas o conhecimento básico de probabilidade.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

Os conteúdos abordados foram conceitos introdutórios de probabilidade e técnicas de contagem.

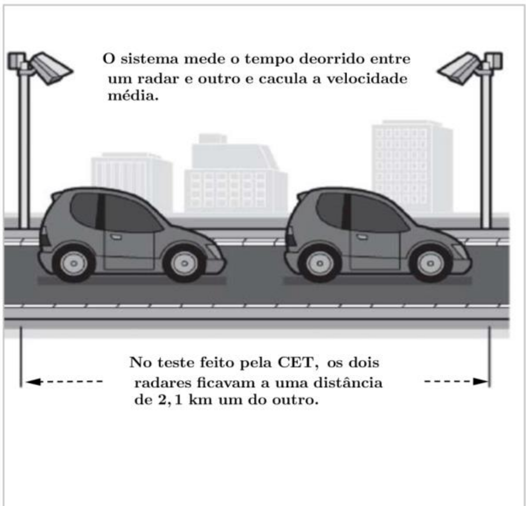
- **Grau de dificuldade:**

Médio.

Questão 153

Comentários e resolução por Geovany Patrício

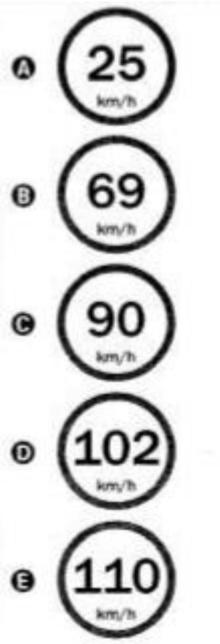
A Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) de São Paulo testou em 2013 novos radares que permitem o cálculo da velocidade média desenvolvida por um veículo em um trecho da via



As medições de velocidade deixariam de ocorrer de maneira instantânea, ao se passar pelo radar, e seriam feitas a partir da velocidade média no trecho, considerando o tempo gasto no percurso entre um radar e outro. Sabe-se que a velocidade média é calculada como sendo a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

O teste realizado mostrou que o tempo que permite uma condução segura de deslocamento no percurso entre os dois radares deveria ser de, no mínimo, 1 minuto e 24 segundos. Com isso, a CET precisa instalar uma placa antes do primeiro radar informando a velocidade média máxima permitida nesse trecho da via. O valor a ser exibido na placa deve ser o maior possível, entre os que atendem às condições de condução segura observadas.

A placa de sinalização que informa a velocidade que atende a essas condições é



- **Resolução:**

Uma das características das questões do ENEM é fornecer fórmulas no decorrer do texto. Essa questão é uma delas, e fornece a equação para o caçulo da velocidade média, que é dado por:

$$V_m = \frac{d}{t}$$

Onde ***d*** é distância percorrida em um intervalo de tempo e ***t*** é esse intervalo de tempo, assim sendo,

$$d = 2{,}1km\ e\ t = 1\ minuto\ e\ 24\ segundo = 84\ segundos$$

Como a velocidade na questão é dada em ***km/h***,vamos transformar 84 segundos em horas, então utilizando regra de três temos,

$$1hora \leftrightarrow 3600\ segundos$$
$$t\ hora \leftrightarrow 84\ segundos$$

$$t = \frac{84}{3600}\frac{\div 4}{\div 4} = \frac{21}{900}horas$$

Veja que $t = \frac{21}{900}$ pode ser simplificada ainda mais, contudo precisamos está bem atento a todos os dados da questão e simplificar as contas, pois $d = 2{,}1\ \text{km} = \frac{21}{10}$ como faremos o quociente de *d* por *t* vamos simplificar os termos iguais que nesse caso é 21. Assim

$$V_m = \frac{2{,}1}{\frac{21}{900}} = \frac{\frac{21}{10}}{\frac{21}{900}} = \frac{21}{10} \cdot \frac{900}{21} = \frac{900}{10} = \frac{90km}{h}$$

Portanto a placa deve constar **90 km/h**.

Resposta: alternativa (C).

- **Comentário:**

Trata-se de uma questão que requer conhecimentos básicos de física e conversão de unidades de medida.

Dicas PET-Matemática:

Sempre organizar os dados do problema e saber interpretar o que a questão pede, neste caso nada mais do quê a velocidade média nesse percurso.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

Regra de três e conhecimentos básicos de física.

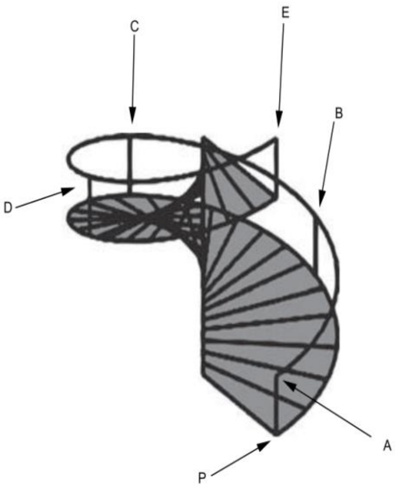
- **Nível da questão**:

Fácil.

Questão 154

Comentários e resolução por Geovany Patrício

O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol) representada na figura. Os cincos pontos *A*, *B*,*C*,*D*, *E* sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos *P*, *A* e *E* estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando a mão sobre o corrimão do ponto *A* até o ponto *D.*



A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano),

A)


B)


C)


D)


E)


do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:

- **Resolução:**

Devemos sempre ter atenção no enunciado das questões, pois um ponto crucial nessa questão e a parte que diz “*escada circular*” “*e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta*”, ou seja, visto de cima o “circulo” fecha . mas a pessoa não caminha com a mão no corrimão pela escada toda. Portanto a figura que melhor representa a projeção ortogonal,sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é:

Dicas PET-Matemática:

Ter cuidado na interpretação da questão.

Resposta: alternativa (C).

- **Comentário:**

Trata-se de uma questão que requer conhecimentos básicos de vistas ortogonais e projeção no plano.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

Nenhum.

- **Nível da questão**:

Fácil.

Questão 155

Comentários e resolução por Geovany Patrício

Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes.

O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

Dicas PET-Matemática:

Como toda questão do ENEM a contextualização é presente, assim basta ter a maturidade e experiência de saber separar o que é necessário para resolver a questão, para isso é necessário “treino”. Devemos procurar palavras chaves e a palavra chave que encontramos nessa questão é “**Acima da Média”**.

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

- **Resolução:**

Para resolver essa questão basta fazermos a média de todos valore dos reagentes e ver qual é o que se aproxima mais da média, ou seja, basta pegarmos os valores de cada experimento realizado, como mostrado n quadro da questão, e fazermos a média aritmética de cada um.

Assim temos que,

$$MédiaReagente1 = \frac{1 + 6 + 6 + 6 + 11}{5} = 6$$

1 valor abaixo da média, 1 valor acima da média e 3 valores iguais a média

$$MédiaReagente2 = \frac{0 + 6 + 7 + 6 + 5}{5} = 4.8$$

1 valor abaixo da média e 4 valores acima da média

$$MédiaReagente3 = \frac{2 + 3 + 8 + 10 + 11}{5} = 6.8$$

2 valores abaixo da média e 3 valores acima da média

$$MédiaReagente4 = \frac{2 + 4 + 7 + 8 + 12}{5} = 6.6$$

2 valores abaixo da média e 3 valores acima da média

$$MédiaReagente5 = \frac{1 + 2 + 9 + 10 + 11}{5} = 6.6$$

2 valores abaixo da média e 3 valores acima da média

Portanto o único reagente que apresenta mais resultados **acima da média** é o reagente 2, pois possui 4 valores acima de sua média.

Resposta: alternativa (B).

- **Comentário:**

Trata-se de uma questão simples que requer conhecimentos básicos de média aritmética.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

Estatística.

- **Nível da questão**:

Médio.

Questão 156

Comentários e resolução por Geovany Patrício

Em uma cidade, o valor total da conta de energia elétrica é obtido pelo produto entre o consumo (em kWh) e o valor da tarifa do kWh (com tributos), adicionado à Cosip (contribuição para custeio da iluminação pública), conforme a expressão:

Valor do kWh (com tributos) x consumo (em kWh) + Cosip.

O valor da Cosip é fixo em cada faixa de consumo. O quadro mostra o valor cobrado para algumas faixas. Sendo o valor da conta dada por:

Faixa de consumo mensal (kWh)	Valor da Cosip (R$)
Até 80	0,00
Superior a 80 até 100	2,00
Superior a 100 até 140	3,00
Superior a 140 até 200	4,50

Suponha que, em uma residência, todo mês o consumo seja de 150 kWh, e o valor do kWh (com tributos) seja de R$ 0,50. O morador dessa residência pretende diminuir seu consumo mensal de energia elétrica com o objetivo de reduzir o custo total da conta em pelo menos 10%.

Qual deve ser o consumo máximo, em kWh, dessa residência para produzir a redução pretendida pelo morador?

a) 134,1
b) 135,0
c) 137,1
d) 138,6
e) 143,1

- **Resolução:**

Valor do kWh (com tributos) consumo (em kWh) +Cosip. Assim para reduzir em ***10%*** sua conta por mês o morador deve fazer a seguinte conta:

$$R\$0{,}50 \cdot 150kwh + R\$4{,}50 = R\$79{,}5 \; por \; mês.$$

Assim se descontarmos **10%** do valor total vamos obter:

$$R\$79{,}5 - 10\% \; de \; R\$79{,}5 = R\$71{,}55.$$

Temos que para este valor o consumo vai estar compreendido entre ***100 kwh*** e ***140kwh***, pois se o consumidor gastar ***100kwh*** e irá pagar ***R$ 52,00*** e se consumir ***140kwh*** pagará ***R$ 73,00.*** Assim o consumo em ***kwh*** para essa redução de ***10%*** deve ser de:

$$0{,}50 \cdot xkwh + R\$3{,}00 = 71{,}55 \rightarrow 0{,}50 \cdot x = 71{,}55 - 3 = 68{,}55 \rightarrow x = \frac{68{,}55}{0{,}50} = 137{,}1 \; kwh.$$

Resposta: alternativa (C).

- **Comentário**

  Trata-se de uma questão que requer conhecimentos básicos de adição, Multiplicação, porcentagem e resolução de equação de 1° grau.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordados:**

  Nenhum.

- **Nível**:

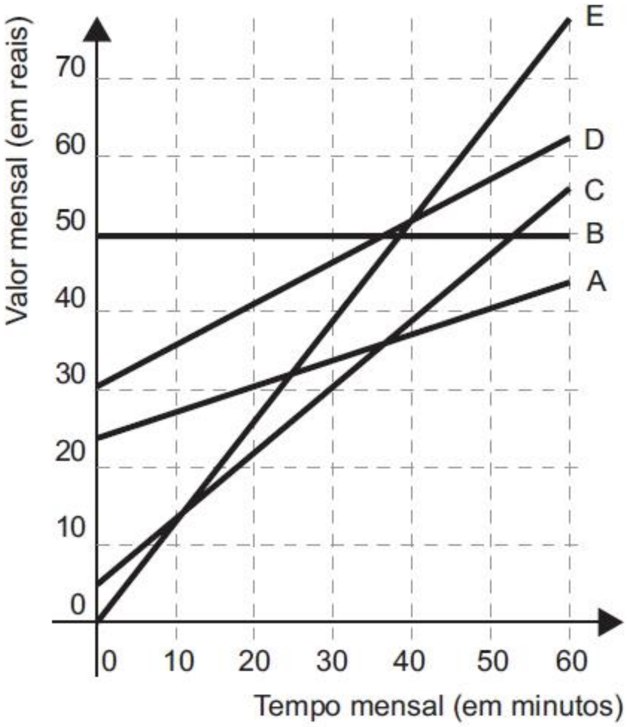
  Médio.

Questão 157

Comentários e resolução por Ismael Sandro

No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular.

Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico



Essa pessoa pretende gastar exatamente R$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

- **Resolução:**

A fim de verificar o tempo disponibilizado pelas empresas na faixa de preço citada, basta traçar uma reta paralela ao eixo do tempo na altura dos R$ 30,00 (conforme a figura 1) para constatar que a empresa C é a que disponibiliza o maior tempo em seu plano na faixa dos R$ 30,00, preço desejado pelo cliente. A tabela (I) mostra o tempo disponibilizado pelas empresas no valor de R$ 30,000.

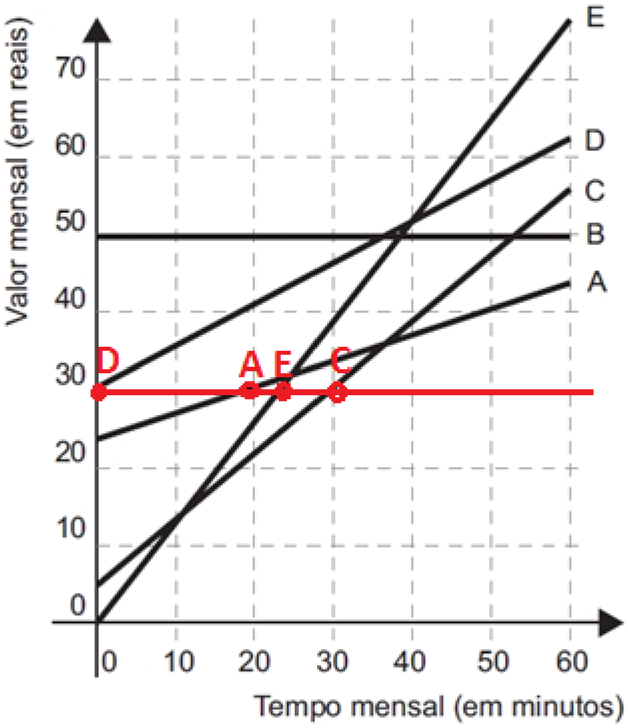


figura 1

Empresa A	Aprox. 20 minutos
Empresa B	0 minutos
Empresa C	Aprox. 30 minutos
Empresa D	0 minutos
Empresa E	Entre 20 e 30 minutos

Tabela 1

Resposta:alternativa (C).

- **Comentários:**

  Para efeito de resolução, a questão não demanda nenhuma outra técnica específica além da análise dos dados do gráfico fornecido na questão. O que confere à questão um caráter de fácil resolução.

- ***Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:***

  Função afim.

- ***Nível da questão:***

  Fácil.

Questão 158

Comentários e resolução por Ismael Sandro

Uma empresa farmacêutica produz medicamentos em pílulas, cada uma na forma de um cilindro com uma semiesfera com o mesmo raio do cilindro em cada uma de suas extremidades. Essas pílulas são moldadas por uma máquina programada para que os cilindros tenham sempre 10 mm de comprimento, adequando o raio de acordo com o volume desejado.

Um medicamento é produzido em pílulas com 5 mm de raio. Para facilitar a deglutição, deseja-se produzir esse medicamento diminuindo o raio para 4 mm, e, por consequência, seu volume. Isso exige a reprogramação da máquina que produz essas pílulas.

Use 3 como valor aproximado para π.

A redução do volume da pílula, em milímetros cúbicos, após a reprogramação da máquina, será igual a

a)168

b)304

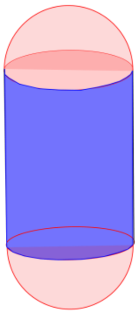
c)306

d)378

e)514

- **Resolução:**

O volume da pílula é dado pela soma dos volumes do cilindro e das duas semiesferas (que equivale ao volume de uma esfera com raio de mesma medida).



Sejam Vc e Ve os volumes do cilindro (de altura h e raio r), e da esfera de mesmo raio que o cilindro, respectivamente, vem que

$$Vc = \pi r^2 h \quad \text{e} \quad Ve = 4\pi\frac{r^3}{3}.$$

para π=3

$$Vc = 3r^2 h \text{ e } Ve = 4r^3$$

Substituindo as medidas dos sólidos nas fórmulas, para a pílula de raio 5 mm, obtemos:

$Vc_1 = 3.\ 5^2.10 = 3.25.10 = 750\ mm^3$; $Ve_1 = 4.\ 5^3 = 4.125 = 500\ mm^3$.

Consequentemente, o volume da pílula é

$$Vc_1 + Ve_1 = 750\ mm^3 + 500\ mm^3 = 1250\ mm^3.$$

De modo análogo, para a pílula de raio 4 mm, obtemos:

$$Vc_2 = 480\ mm^3 \quad \text{e} \quad Ve_2 = 256\ mm^3.$$

Segue que o volume da nova pílula é de 736 mm^3.

A redução do volume é dada pela diferença dos volumes das duas pílulas, ou seja,

$$1250\ mm^3 - 736\ mm^3 = 514\ mm^3.$$

Resposta: alternativa (E).

- **Comentários:**

Observa-se que as fórmulas poderiam ser simplificadas devido à aproximação escolhida para π, aliás, pouca precisa. A principal exigência da questão era a de que o aluno detivesse o conhecimento das fórmulas para calcular o volume dos sólidos.

Dicas PET- Matemática:

Note a desnecessidade de calcular os volumes das duas semiesferas separadamente, uma vez que a soma dos dois volumes equivale ao volume de uma esfera de mesmo raio. Evite trabalho desnecessários!

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Geometria Espacial.

- **Nível da questão**:

Médio.

Questão 159

Comentários e resolução por Ismael Sandro

O Brasil é um país com uma vantagem econômica clara no terreno dos recursos naturais, dispondo de uma das maiores áreas com vocação agrícola do mundo. Especialistas calculam que, dos 853 milhões de hectares do país, as cidades, as reservas indígenas e as áreas de preservação,incluindo florestas e mananciais cubram por volta de 470 milhões de hectares. Aproximadamente 280 milhões se destinam à agropecuária, 200 milhões para pastagens e 80 milhões para a agricultura, somadas as lavouras anuais e as perenes, como o café e a fruticultura.

FORTES, G. Recuperação de pastagens é alternativa para ampliar cultivos.

Folha de S. Paulo, 30 out. 2011.

De acordo com os dados apresentados, o percentual correspondente à área utilizada para agricultura em relação à área do território brasileiro é mais próximo de

a) 32,8%

b) 28,6%

c) 10,7%

d) 9,4%

e) 8,0%

- ***Resolução:***

Para fins de cálculo do percentual solicitado, apenas importa os valores da área reservada à agricultura e da área total do território brasileiro (importante destacar os dados da questão para situar-se). Para o cálculo do percentual solicitado, P, podemos recorrer à típica regra de três:

$$100 \leftrightarrow 853.000.000$$

$$P \leftrightarrow 80.000.000$$

Donde obtemos:

$$P = \frac{80.000.000}{853.000.000} \cdot 100 = \frac{80}{853} \cdot 100 \approx 9,4\%$$

Resposta: alternativa (D).

Dicas PET-Matemática:

Atente! Nota-se que há um fator comum entre o numerador e denominador e, portanto, o cálculo pode ser feito simplificadamente por

$$P = \frac{80}{853} . 100 .$$

Observe que, se ao invés de 853, no denominador da fração acima, tivéssemos 800 obteríamos como resposta 10%. O fato de 853 ser maior e relativamente próximo de 800 nos permite inferir que o valor encontrado é algo menor do que 10%, mas próximo disso. Este fator nos permite descartar a maioria das alternativas da questão e produzir mentalmente uma aproximação da resposta.

- **Comentário:**

A questão não apresenta extremas dificuldades, o enunciado é claro e a resolução simples. A única observação que fazemos é que consta no “Dicas PET-Matemática”.

- ***Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão***

  Nenhum conteúdo da ementa do ensino médio é abordado. O conteúdo abordado é o de porcentagem, referente ao ensino fundamental.

- ***Nível da questão:***

  Fácil.

Questão 160

Comentários e resolução por Ismael Sandro

O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1:100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm. O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

a) 6.

b) 600.

c) 6000.

d) 60.000.

e) 6.000.000.

Dicas PET-Matemática:

Em questões que envolvam escala transformar as dimensões do desenho para as medidas reais (e vice-versa) pode minimizar a possibilidade de equívocos na realização do cálculo. Por exemplo, se tivéssemos calculado o volume do armário com as dimensões da representação gráfica, para converter esse valor para a medida real, o fator de conversão seria 100^3, pois teríamos 6 cm^3 como o valor do volume do armário, na representação gráfica.

- **Resolução:**

Pela escala dada, cada unidade em representação gráfica equivale a 100 unidades em dimensões reais, assim, as dimensões reais do objeto são de 300cm,100cm e 200 cm.

O volume de um paralelepípedo é

dado pelo produto de suas dimensões, seja V o volume do armário, segue que

$$V = 300 \cdot 100 \cdot 200 = 6.000.000\ cm^3.$$

Resposta: alternativa (E).

- **Comentários:**

A questão é de simples efetuação de cálculos. Os cuidados a serem tomado são os típicos: unidades de medida, os dados etc.

- ***Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:***

Escalas.

- ***Nível da questão:***

Fácil.

Questão 161

Comentário e resolução por Lucas da Silva

Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas a venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante.

A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatística sobre as numerações Dos sapatos com defeito			
	Média	Mediana	Moda
Numerações dos Sapatos com			

defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representam a cor branca pelo número 0 e a cor preta pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor.

a) Branca e os de número 38.
b) Branca e os de número 37.
c) Branca e os de número 36.
d) Preta e os de número 38.
e) Preta e os de número 37.

- **Resolução**

Como a média dada é de 0,45, temos que há mais zeros do que um. Pois, 0,45 = $\frac{45}{100}$ =45%, (Ver dica PET), vamos considerar que temos uma quantidade de 100 sapatos, ora,

$$x_{100} = \frac{1+0+0+0+\cdots+0+1}{100} = \frac{45}{100}.$$

Note que, quanto mais somarmos zeros, não sairemos do lugar. Com isto, temos 45 sapatos pretos e 55 sapatos brancos de uma quantidade de 100 sapatos. E por isso temos mais sapatos de cor branca do que sapatos de cor preta.

Agora, iremos observar que a moda dos números é 38 (ver dica PET), logo o sapato com maior número de reclamações é o de número 38. E por fim, como há mais zeros do que uns, por hipótese, temos que, há mais sapatos de cor branca. Concluímos que os sapatos de cor branca e de

Dicas PET:

Média aritmética é a soma das observações divididas pelo número delas. No caso em questão, temos que somar as representações dos sapatos, ou seja, os zeros e uns. E como essa média já foi dada na questão, fica a cargo do aluno manipular corretamente.

Moda é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados, ou seja, é o que mais aparece ou se repete.

número 38 não devem ser encomendados.

Resposta:alternativa (A).

- **Comentário:**

A questão é muito boa, utiliza conceitos de estatísticas como a moda, média e mediana. Esta é uma típica questão, que confunde o estudante, pois, o quadro retratado na mesma, tem informações desnecessárias. Mas a priori não há dificuldade de resolvê-la.

- **Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão:**

Noções de estatística.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 162

Comentário e resolução por Lucas da Silva

Para analisar o desempenho de um método diagnóstico, realizam-se estudos em populações contendo pacientes sadios e doentes. Quatro situações distintas podem acontecer nesse contexto de teste:

- Paciente TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
- Paciente TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.
- Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é POSITIVO.
- Paciente NÃO TEM a doença e o resultado do teste é NEGATIVO.

Um índice de desempenho para avaliação de um teste diagnóstico é a sensibilidade, definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.

O quadro refere-se a um teste diagnóstico para a doença A, aplicado em uma amostra composta por duzentos indivíduos.

Resultado do Teste	Doença A	
	Presente	Ausente
Positivo	95	15
Negativo	5	85

Conforme o quadro do teste proposto, a sensibilidade dele é de:

a) 47,5%
b) 85,0%
c) 86,3%
d) 94,4%
e) 95,0%

- **Resolução:**

Primeiramente observemos o enunciado da questão. Simplesmente nos pede a sensibilidade, então, como enunciada anteriormente, a sensibilidade que foi definida como a probabilidade de o resultado do teste ser POSITIVO se o paciente estiver com a doença.

Desta forma, só precisamos observar os pacientes que estiverem com a doença. Então, temos 100 indivíduos com a doença, mas só 95 deles o resultado acusou, ou seja, deu positivo. Logo, a sensibilidade do teste é $\frac{95}{100} = 95\%$.

Resposta: alternativa (E).

- **Comentário:**

A questão não requer de um conhecimento muito aprofundado em matemática para resolvê-la, o que poderá levar ao erro é uma quantidade exagerada de hipótese.

Em sua formulação, deixou um pouco a desejar na parte em que se separam os indivíduos no quadro dado, Pois no lugar de ter separado os indivíduos como presente e ausente poderia ter colocado (indivíduos que estão com a doença e individuos que não estão com a doença) .

- **Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão:**

  Probabilidade.

- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 163.

Comentário e resolução por Lucas da Silva

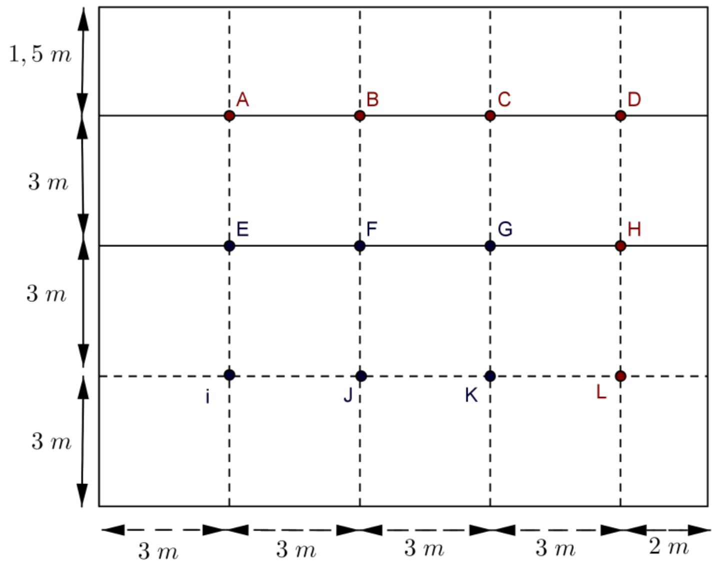
Uma pessoa possui um espaço retangular de lados 11,5m e 14m no quintal de sua casa e pretende fazer um pomar doméstico de maçãs. Ao pesquisar sobre o plantio dessa fruta, descobriu que as mudas de maçãs devem ser plantadas em covas com uma única muda e com espaçamento mínimo de 3 metros entre elas e entre elas e as laterais do terreno. Ela sabe que conseguirá plantar um número maior de mudas em seu pomar se dispuser as covas em filas alinhadas paralelamente ao lado de maior extensão.

O número máximo de mudas que essa pessoa poderá plantar no espaço disponível é:

a) 4.
b) 8.
c) 9.
d) 12.
e) 20.

- **Resolução:**

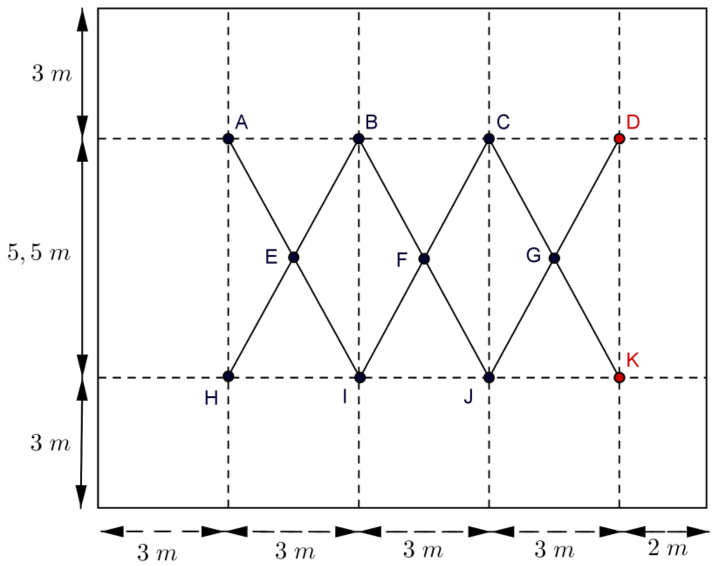
Nesta questão, somos induzidos a fazer a divisão do terreno pra plantar as mudas conforme a imagem ilustrativa abaixo. (Figura 1)



(Figura 1)

Na imagem acima, vimos que só é possivel plantar seis mudas satisfazendo as hipóteses dadas. As quais podem ser representadas pelos pontos, E,F,G,I,J,K. Está é a maneira mais natural possível. Os demais pontos que estão na cor avermelhada, não cumprem a hipótese, visto que, os mesmos não estão a no mínimo três metros de distância da lateral do terreno.

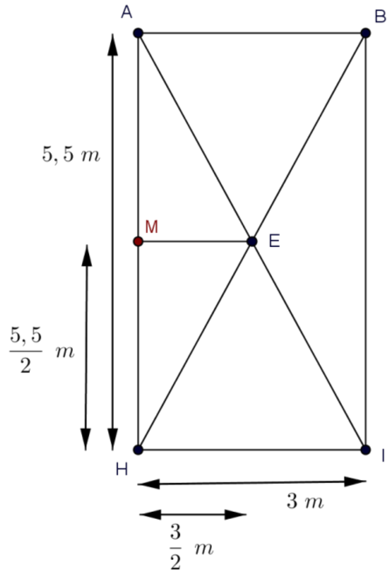
Observe a distribuição adotada na figura abaixo (Figura 2), ao qual representa adquadamente a distribuição das plantas.



(Figura 2)

Observa-se na figura que só é possível plantar 9 mudas. As quais são A, B, C, E, F, G, H, i, J. A pergunta que pode surgir é: Será que os pontos E, F, G da figura está há uma distância de no mínimo de três metros? Vejamos a seguir.

Consideremos o retângulo ABHI da figura 2.



Voltemos os nossos olhos para o triângulo EMH. A partir desse triângulo, garantiremos que os pontos EFG estão bem espaçados. Estamos em busca de descobrir a distância do ponto H para o ponto E, ou seja, quanto mede EH. Denotamos por a o segmento EH, observe que, já temos as medidas dos catetos do respectivo triângulo, Como o triângulo ê retângulo, basta utilizarmos o teorema de Pitágoras.

$$(EH)^2 = (HM)^2 + (ME)^2$$

$$a^2 = \left(\frac{5{,}5}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{30{,}25}{4} + \frac{9}{4}$$

$$a^2 = 7{,}5625 + 2{,}25$$

$$a = \sqrt{9{,}8125} > 3$$

Portanto, os pontos EFG, estão cumprindo as hipóteses, e desta forma, só é possível plantar nove plantas.

Resposta correta: **Alternativa C**

Comentário:

O enunciado da questão é bastante claro e objetivo. É uma boa questão, pois, exige do aluno uma boa visão geométrica do problema.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Nenhum.

- **Nível da questão:**

Médio.

Questão 164

Comentário e resolução por Lucas da Silva

Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f, de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas y= f(x), da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função y=f(x) a ser utilizada pelo professor é

a) $y = \left(\frac{-1}{25}\right)x^2 + \left(\frac{7}{5}\right)x$

b) $y = \frac{-1}{10}x^2 + 2x$

c) $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

d) $y = \frac{4}{5}x + 2$

e) $y = x$

Dicas PET-Matemática!

Atente aos dados da questão. Veja que a função não pode ser uma função afim, pois não apresenta um crescimento linear. Ou seja, não conseguimos determinar a,b pertencentes ao conjunto dos números reais tal que

satisfazendo as hipóteses ao lado.

- **Resolução:**

Inicialmente, devemos verificar o que a questão nos fornece. Foi utilizada uma função f de grau menor que 3. Então, suponhamos que $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais.

Vejamos:

Como a nota zero permanece zero, isto implica que $f(0) = 0$. Mas para que $f(0) = 0$, obrigatoriamente, $c = 0$. A nota 10 permanece 10, daí$f(10) = 10$.Logo $10 = f(10) = 10^2a + 10b \rightarrow 10^2a + 10b = 10$.(I) E a nota 5 passa a ser 6, o que nos da $f(5) = 6$, daí,$6 = f(5) = 5^2a + 5b \rightarrow 5^2a + 5b = 6$.(II).

Montamos agora um sistema com (I) e (II).

$$\begin{cases} 100a + 10b = 10 \\ 25a + 5b = 6 \end{cases} <=> \begin{cases} a = -\dfrac{1}{25} \\ b = \dfrac{7}{5} \end{cases}$$

O método para a resolução de sistema fica a critério do aluno. Determinado os valores de $a, b e c$, agora é só substituir na equação $f(x) = ax^2 + bx + c$. Com isto, $f(x) = \frac{-1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$.

Resposta: alternativa (A).

- **Comentário:**

O enunciado da questão é bem breve objetivo, retrata bem os dados oferecidos, é de simples compreensão, o que não torna a leitura cansativa. Outro aspecto importante é a apresentação de uma modelagem de função Quadrática, assunto que os alunos pensam ser apenas mais um daqueles que devem apenas decorar, e que não será cobrado com mais rigor.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

  Função quadratica.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 165

Comentários e resolução por Renato de Melo

Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrarem as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2^X \cdot 5^Y \cdot 7^Z$, na qual, X, Y e Z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N, diferentes de N, é

a) $X \cdot Y \cdot Z$

b) $(X + 1) \cdot (Y + 1)$

c) $X \cdot Y \cdot Z - 1$

d) $(X + 1) \cdot (Y + 1) \cdot Z$

e) $(X + 1) \cdot (Y + 1) \cdot (Z + 1) - 1$

- **Resolução:**

Devemos primeiramente relembrar a fórmula que, dada a decomposição de um número inteiro em fatores primos, resulta no número de divisores de tal número.

Seja um inteiro R, decompondo-o em fatores primos, temos

$$R = P_1^{\alpha 1} \cdot P_2^{\alpha 2} \cdot \ldots \cdot P_n^{\alpha n}$$

onde $P_1, P_2, \ldots, P_n$ são primos distintos e $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ são números naturais. Se o produto à direita da igualdade é a decomposição de R em fatores primos, então o número

$$d(Z) = (\alpha_1 + 1) \,.\, (\alpha_2 + 1) \,.\, \ldots \,.\, (\alpha_n + 1)$$

representa o número de divisores positivos de *R*.

Agora podemos usar esta fórmula para obtermos o resultado desejado:

A decomposição de *N* é dada:

$$N = 2^X \,.\, 5^Y \,.\, 7^Z$$

Pela fórmula apresentada, temos

$$d(N) = (X + 1) \,.\, (Y + 1) \,.\, (Z + 1)$$

Nesta contagem, já que *N* é um divisor de si mesmo, *N* está sendo contado. Como a questão pede os divisores *diferentes* de *N*, então a resposta segue:

$$d(N) - 1 = (X + 1) \,.\, (Y + 1) \,.\, (Z + 1) - 1$$

O resultado é, portanto, a letra "e".

Resposta: alternativa (E).

Comentário:

Como pode ser observado na resolução acima, a questão não traz dificuldades com relação à manipulação, mas requer do aluno o conhecimento conceitual de certas propriedades da aritmética.

Quanto ao enunciado da questão, Há informações desnecessárias (Não utilizamos o fato de *N* ser múltiplo de 10 e não ser múltiplo de 7) bem como informações necessárias omitidas, uma vez que, para atingirmos o resultado requerido, supomos que fosse pedido o número de divisores *positivos* de *N*, o que, em lugar nenhum aparece no enunciado.

Tópico específico abordado na questão:

Nenhum.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 166

Comentários e resolução por Renato de Melo

Uma criança deseja criar triângulos utilizando palitos de fósforo de mesmo comprimento. Cada triângulo será construído com exatamente 17 palitos e pelo menos um dos lados do triângulo deve ter o comprimento de exatamente 6 palitos.

A quantidade máxima de triângulos não congruentes dois a dois que podem ser construídos é

a) 3

b) 5

c) 6

d) 8

e) 10

- **Resolução:**

Para que exista um triângulo, é necessário que a soma das medidas de dois lados quaisquer do triângulo seja maior do que a medida do seu outro lado. Esta regra é conhecida como condição de existência de um triângulo.

A questão pede que um dos seus lados meça 6 palitos e que a soma dos três lados seja igual a 17 palitos. Nestas condições, a medida do lado maior do triângulo será no máximo 8 palitos. De fato, se fossem 9 ou mais palitos, então a soma da medida dos outros dois lados seria:

$$17 = 9 + B + C \Rightarrow B + C = 8 \text{ palitos.}$$

onde B + C representa a soma dos lados menores do triângulo, o que contrariaria a condição de existência, pois $B + C = 8 < 9 = A$.

No caso do lado maior medir 8 palitos, um deve medir 6 palitos pela questão, assim, o outro medirá

$$17 = 8 + 6 + C \Rightarrow C = 3 \text{ palitos.}$$

onde C será a medida do terceiro lado do triângulo.

Se o lado maior medir 8 palitos, só há a possibilidade analisada, já que estamos fixando um lado e a questão fixa outro de 6 palitos.

Podemos, agora montar um triângulo cujo lado maior messa 7 palitos. Novamente um dos lados medirá 6 palitos e o outro medirá

$$17 = 7 + 6 + C \Rightarrow C = 4 \text{ palitos.}$$

Novamente há apenas a possibilidade apresentada acima, pois estamos fixando a medida de um lado e a questão fixa o de 6 palitos.

Seguindo o mesmo raciocínio, podemos ter o lado maior medindo 6 palitos e escolher a medida dos dois outros lados.

Já que estamos supondo ser 6 a medida do *maior* lado, os outros lados deverão ter medida menor ou igual a 6 palitos. Tomemos o outro lado com a medida 6 palitos. o terceiro medirá:

$$17 = 6 + 6 + C \Rightarrow C = 5 \text{ palitos.}$$

Note que se escolhermos um lado com 5 palitos, o outro medirá 6 palitos, possibilidade que já foi analisada. E se escolhermos um lado com 4 palitos, o outro deverá medir 7 palitos, o que contrariaria a suposição do maior medir 6 palitos (idem para 3 palitos).

Semelhantemente, não poderíamos escolher 5 palitos ou menos como sendo a medida do maior lado, já que a questão obriga um lado medir 6 palitos (este seria o maior).

Portanto, analisamos três possibilidades para os lados do triângulo:

A = 8 palitos, B = 6 palitos e C = 3 palitos;

A = 7 palitos, B = 6 palitos e C = 4 palitos e,

A = 6 palitos, B = 6 palitos e C = 5 palitos.

Resposta: alternativa (A).

- **Comentário:**

O enunciado da questão é claro e sua resolução não requer grandes esforços de manipulação ou de conhecimentos de conceituação. Porém, é requerido um cuidado no encadeamento lógico no que se refere à consideração das condições estabelecidas na questão.

- **Tópico específico abordado na questão:**

Geometria.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 167

Comentários e resolução por Renato de Melo

A figura mostra uma criança brincando em um balanço no parque. A corda que prende o assento do balanço ao topo do suporte mede 2 metros. A criança toma cuidado para não sofrer um acidente, então se balança de modo que a corda não chegue a alcançar a posição horizontal.

Na figura, considere o plano cartesiano que contém a trajetória do assento do balanço, no qual a origem está localizada no topo do suporte do balanço, o eixo X é paralelo ao chão do parque, e o eixo Y tem orientação positiva para cima (Imagem na prova).

A curva determinada pela trajetória do assento do balanço é parte do gráfico da função

a) $f(x) = -\sqrt{2 - x^2}$

b) $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$

c) $f(x) = x^2 - 2$

d) $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$

e) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

- **Resolução:**

Primeiramente devemos perceber que a trajetória é circular. De fato, já que a circunferência é, por definição, a região dos pontos no plano que equidistam do centro por um raio dado. No nosso caso, a posição do balanço em qualquer momento estará contida no setor circular destacado na figura abaixo.

A circunferência é uma cônica e a sua equação é conhecida:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

O raio, neste caso, é o comprimento das cordas que prendem o balanço. Colocando y em função de x, obtemos a seguinte igualdade:

$$y = \pm\sqrt{4 - x^2}$$

Agora, perceba que esta equação envolve toda a circunferência, mas a questão deixa claro que o balanço está sempre no terceiro e quarto quadrantes, o que nos faz escolher a parte negativa da fórmula, de onde vem a quarta igualdade, a resolução da questão.

$$y = -\sqrt{4 - x^2}$$

Resposta: alternativa (D).

- **Comentário:**

  A questão se apresenta de modo adequado, sem ambiguidades, texto claro e com todas as informações necessárias à resolução. Consideramos os autores da prova felizes em terem-na utilizado, uma vez que é um exemplo simples de modelagem matemática, onde observamos uma situação cotidiana sendo analisada do ponto de vista matemático.

  A resolução da questão requer atenção na manipulação da fórmula da cônica para chegarmos ao y isolado. É imprescindível a consideração teórica da possibilidade negativa da raiz, o que nos direciona para a correta compreensão do problema.

- **Tópicos específicos abordados na questão:**

  O Plano Cartesiano, Cônicas, Equações do 2º grau.

- **Nível da questão:**

  Média.

Questão 168

Comentários e resolução por Renato de Melo

Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em 1/8, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

a) 1/8

b) 7/8

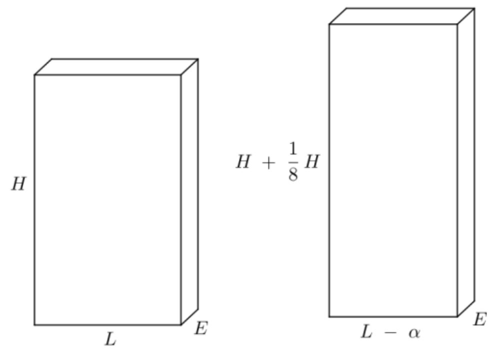
c) 8/7

d) 8/9

e) 9/8

- **Resolução:**

Devemos inicialmente fazer um esquema da situação descrita na questão e entendermos e que se pede.



Onde H representa a altura da primeira porta, L a largura da primeira porta, E a espessura da primeira porta e α a diferença entre a largura da porta antes da modificação e depois.

Devemos também imaginar o modo mais comum de se cobrar por materiais maciços. Suponha que a cobrança seja feita com base no volume do material e, assim, manter o custo significa manter o volume.

Sabemos que o volume deste sólido pode ser dado pelo produto de suas dimensões: Largura, Altura e Espessura. Deste modo,

$$V_1 = H \cdot L \cdot E$$
$$V_2 = (H + \frac{1}{8}H) \cdot (L - \alpha) \cdot E$$

Podemos relacionar estas medidas

$$V_1 = V_2$$
$$HLE = (H + \frac{1}{8}H)(L - \alpha)E$$
$$HL = HL - H\alpha + \frac{1}{8}HL - \frac{1}{8}H\alpha$$
$$\frac{9}{8}\alpha = \frac{1}{8}L$$
$$\alpha = \frac{1}{9}L$$

Agora, razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

$$\frac{L - \alpha}{L} = \frac{L - \frac{1}{9}L}{L} = \frac{8}{9}$$

Resposta: alternativa (D).

- **Comentário:**

Como a anterior, esta questão é interessante por relacionar uma situação cotidiana com a matemática. O enunciado é bem escrito no sentido de não deixar margens a ambiguidades. Além disso, não é necessário um grande domínio de conteúdo para resolver este problema. Porém, é imprescindível atenção com as manipulações necessárias. Também é requerido do aluno capacidade de relacionar os dados disponíveis a sistemas de equações.

- **Tópicos específicos abordados na questão:**

Nenhum.

- **Nível da questão:**

Médio.

Questão 169

Resolução e comentário por Tiago Alves

De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente:

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes.
- 33% são utilizados em descarga de banheiro.
- 27% são para cozinhar e beber.
- 15% são para as demais atividades.

No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia. O quadro mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, por dia, em algumas atividades.

Atividade	Consumo total de água na atividade (em litros)
Tomar banho	24,0
Dar descarga	18,0
Lavar as mãos	3,2
Escovar os dentes	2,4
Beber e cozinhar	22,0

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, então economizará diariamente, em média, em litros de água,

a) 30,0.

b) 69,6.

c) 100,4.

d) 130,4.

e) 170,0.

- **Resolução:**

A média do consumo de água por pessoa é 200 litros por dia.

Se cada pessoa adotar por dia o consumo de água conforme mostra o quadro, então o consumo será de 69,6 litros (24 + 18 + 3,2 + 2,4 + 22) que corresponde a soma do consumo total de água de cada atividade exposta no quadro.

Temos ainda que o consumo das demais atividades corresponde a 15%, como a média do consumo de água por pessoa é 200 litros por dia, então

$$15\% \text{ de } 200 \text{ litros} = \frac{15 \times 200}{100} = 30 \text{ litros.}$$

Portanto, o consumo total de água será: 69,6 + 30 = 99,6 litros.

Assim, a economia diária em litros é: 200 – 99,6 = 100,4 litros.

Resposta: alternativa (C).

- **Comentários:**

O enunciado é claro e a questão não exige muito conhecimento técnico do aluno.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**
  Nenhum.

- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 170

Resolução e comentário por Tiago Alves

Os candidatos K, L, M, N e P estão disputando uma única vaga de emprego em uma empresa e fizeram provas de português, matemática, direito e informática. A tabela apresenta as notas obtidas pelos cinco candidatos.

Candidatos	Português	Matemática	Direito	Informática
K	33	33	33	34
L	32	39	33	34
M	35	35	36	34
N	24	37	40	35
P	36	16	26	41

Segundo o edital de seleção, o candidato aprovado será aquele para o qual a mediana das notas obtidas por ele nas quatro disciplinas for a maior.

O candidato aprovado será

a) K.
b) L.
c) M.
d) N.
e) P.

Dicas PET-Matemática:

Em estatística a *mediana* é uma medida de tendência central definida da seguinte maneira:

Dados n números em ordem **crescente** ou **decrescente**, a mediana será:

a) O número que ocupa a posição central se n for ímpar;
b) A média aritmética dos dois números que estiverem no centro se n for par.

- **Resolução:**

Vamos organizar as notas dos candidatos em ordem crescente e em seguida calculamos a sua mediana.

Lembrando que a mediana de um conjunto de valores, dispostos segundo uma ordem crescente ou decrescente, é o valor central desta distribuição.

Como o número de elementos de cada amostra K, L, M, N e P é par, então pela dica PET - Matemática, temos

$$med\ (x) = \frac{x_{\left(\frac{r}{2}\right)} + x_{\left(\frac{r}{2}+1\right)}}{2}$$

onde x_r é a observação na r-ésima posição.

Perceba que $r = 4$, assim temos

- Candidato K

Notas: 33 33 33 34.

Logo,

$$med\ (K) = \frac{k_{\left(\frac{r}{2}\right)} + k_{\left(\frac{r}{2}+1\right)}}{2} = \frac{k_{\left(\frac{4}{2}\right)} + k_{\left(\frac{4}{2}+1\right)}}{2} = \frac{k_{(2)} + k_{(2+1)}}{2}$$

$$= \frac{k_{(2)} + k_{(3)}}{2} = \frac{33 + 33}{2} = \frac{66}{2} = 33.$$

- Candidato L

Notas: 32 33 34 39.

Logo,

$$med\ (L) = \frac{L_{\left(\frac{r}{2}\right)} + L_{\left(\frac{r}{2}+1\right)}}{2} = \frac{L_{\left(\frac{4}{2}\right)} + L_{\left(\frac{4}{2}+1\right)}}{2} = \frac{L_{(2)} + L_{(2+1)}}{2}$$

$$= \frac{L_{(2)} + L_{(3)}}{2} = \frac{33 + 34}{2} = \frac{67}{2} = 33{,}5.$$

- Candidato M

Notas: 34 35 35 36.

Assim,

$$med\ (M) = \frac{M_{\left(\frac{r}{2}\right)} + M_{\left(\frac{r}{2}+1\right)}}{2} = \frac{M_{\left(\frac{4}{2}\right)} + M_{\left(\frac{4}{2}+1\right)}}{2} = \frac{M_{(2)} + M_{(2+1)}}{2}$$

$$= \frac{M_{(2)} + M_{(3)}}{2} = \frac{35 + 35}{2} = \frac{70}{2} = 35.$$

- Candidato N

Notas: 24 35 37 40.

Temos,

$$med\ (N) = \frac{N_{\left(\frac{r}{2}\right)} + N_{\left(\frac{r}{2}+1\right)}}{2} = \frac{N_{\left(\frac{4}{2}\right)} + N_{\left(\frac{4}{2}+1\right)}}{2} = \frac{N_{(2)} + N_{(2+1)}}{2}$$

$$= \frac{N_{(2)} + N_{(3)}}{2} = \frac{35 + 37}{2} = \frac{72}{2} = 36.$$

- Candidato P

  Notas: 16 26 36 41.

Assim,

$$med\ (P) = \frac{P_{\left(\frac{r}{2}\right)} + P_{\left(\frac{r}{2}+1\right)}}{2} = \frac{P_{\left(\frac{4}{2}\right)} + P_{\left(\frac{4}{2}+1\right)}}{2} = \frac{P_{(2)} + P_{(2+1)}}{2}$$

$$= \frac{P_{(2)} + P_{(3)}}{2} = \frac{26 + 36}{2} = \frac{62}{2} = 31.$$

Daí, obtemos med (K) = 33, med (L) = 33,5, med (M) = 35, med (N) = 36 e med (P) = 31.

Portanto, o candidato que possui o maior valor da mediana das notas obtidas é o candidato N.

Resposta: alternativa (D).

- **Comentários:**

  Questão simples que exige do aluno apenas o conhecimento do conceito de mediana.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

  Noções de estatística.

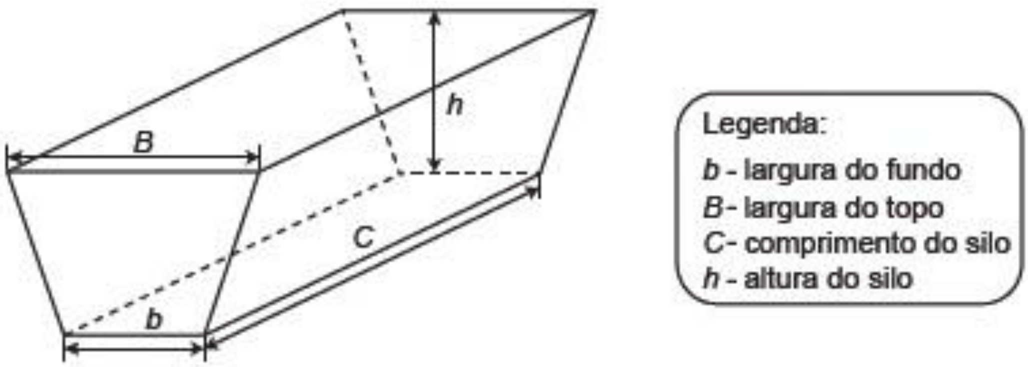
- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 171

Resolução e comentário por Tiago Alves

Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3 desse tipo de silo.

EMBRAPA. **Gado de corte**. Disponível em: www.cnpgc.embrapa.br.

Acesso em: 1 ago. 2012 (adaptado).

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é

a) 110.

b) 125.

c) 130.

d) 220.

e) 260.

Dicas PET-Matemática: Organize os dados do problema, dessa forma a resolução se torna mais rápido e simples.

- **Resolução:**

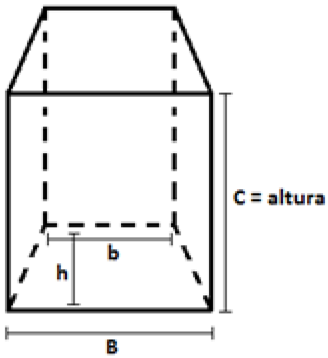
Dados do problema:

b = largura do fundo = ?

B = largura do topo = 6m

C = comprimento do silo = 20m

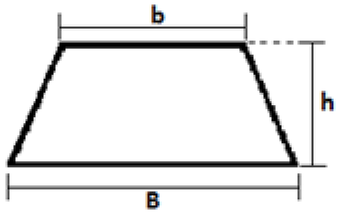
h = altura do silo = 2m



Para descobrimos a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, precisamos determinar o seu volume, que é:

$$V_{silo} = \acute{A}rea\ da\ base \cdot Altura.$$

Como a base do prisma é um trapézio, temos



$A_b = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$.

Conhecemos o valor de B e h, mas não o de b.

Sabemos que para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5m a mais do que a largura do fundo, ou seja,

$B = b + 0{,}5\cdot h \Rightarrow b = B - 0{,}5\cdot h \Rightarrow b = 6 - 0{,}5\cdot 2 = 6 - 1 = 5m.$

Assim, segue que

$A_b = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(6+5)\cdot 2}{2} = \frac{11\cdot 2}{2} = 11m^2.$

Então, o volume do silo será:

$V_{silo} = Área\ da\ base \cdot Altura = 11\cdot 20 = 220m^3.$

Após a silagem, 1 tonelada ocupa $2m^3$ desse silo. Precisamos agora descobrir a quantidade máxima de forragem que cabe nesse silo.

Utilizando a regra de três simples, obtemos

$$1\ Tonelada \leftrightarrow 2m^3$$

$$x\ Tonelada \leftrightarrow 220m^3.$$

Daí, temos

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{220} \implies 2x = 220 \implies x = 110\ Toneladas.$$

Portanto, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas é 110.

Resposta: alternativa (A).

- **Comentários:**

  Questão bem elaborada, para resolvê-la o aluno necessita de conhecimentos da geometria plana.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

  Geometria plana e especial.

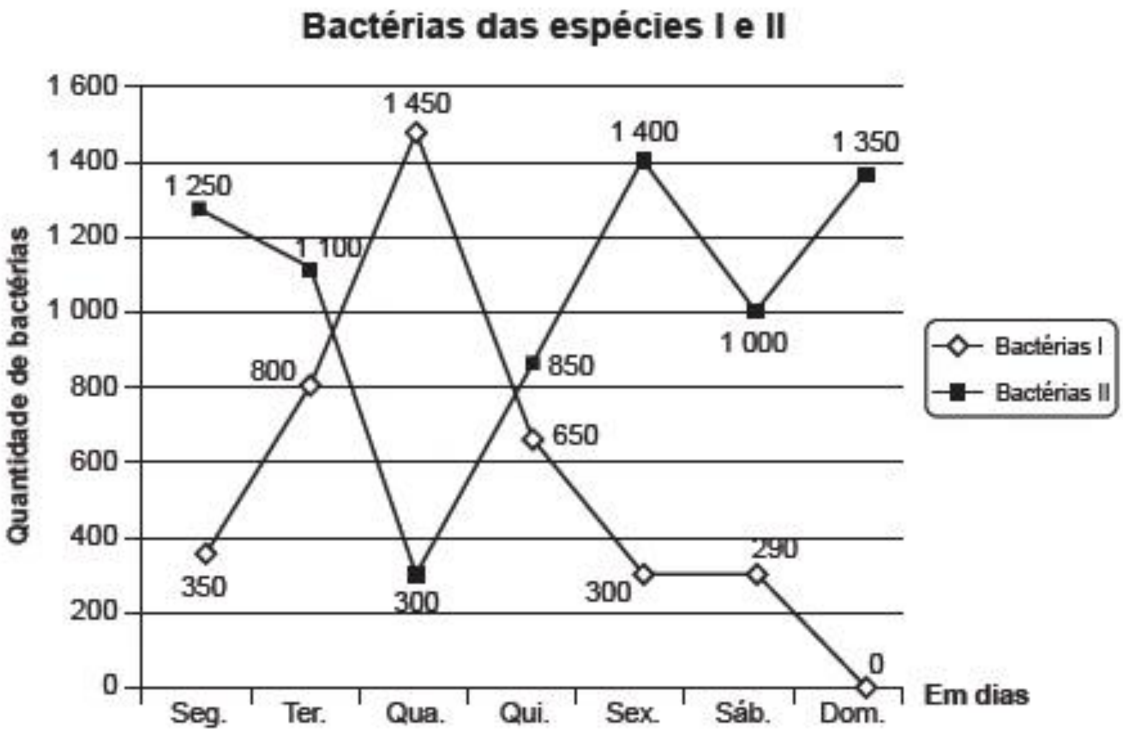
- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 172

Resolução e comentário por Tiago Alves

Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1 250 bactérias da espécie II. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

a) Terça-feira.
b) Quarta-feira.
c) Quinta-feira.
d) Sexta-feira.
e) Domingo.

- **Resolução:**

Basta somar as quantidades de bactérias das espécies I e II em cada dia da semana, da seguinte forma:

- Segunda-feira: 1250 + 350 = 1600 bactérias.
- Terça-feira: 1100 + 800 = 1900 bactérias.
- Quarta-feira: 1450 + 300 = 1750 bactérias.

- Quinta-feira: 850 + 650 = 1500 bactérias.
- Sexta-feira: 1400 + 300 = 1700 bactérias.
- Sábado: 1000 + 290 = 1290 bactérias.
- Domingo: 1350 + 0 = 1350 bactérias.

Então, o dia em que a quantidade total de bactérias no ambiente foi máxima ocorreu na terça-feira.

Resposta: alternativa (A).

- **Comentários:**

A questão não apresenta dificuldades em termos de resolução.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**
  Interpretação de gráficos.

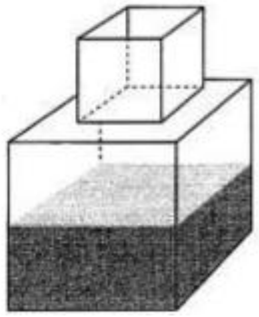
- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 173

Resolução e Comentário por Weslley Ferreira

Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem a medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica decima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher ocompletamente o restante do depósito?

a) 8.

b) 10.

c) 16.

d) 18.

e) 24.

- **Resolução:**

Primeiramente, precisamos saber qual o volume que cada cubo suporta. Chamemos a aresta do cubo menor de l, então a aresta do cubo maior é $2l$.

Lembrando que o volume de um cubo é o valor da medida da aresta elevado ao cubo, se chamarmos $l^3 = v$, a fim de facilitarmos a notação, teremos que o volume do cubo menor é $l^3 = v$, e o volume do cubo maior é de $(2l)^3 = 2^3 l^3 = 8l^3 = 8v$. Como o volume total é a soma dos volumes dos dois cubos, o volume do recipiente é de $v + 8v = 9v$.

Dicas PET Matemática:

Preste bastante atenção no enunciado, pois este pode confundir, procure também não sobrecarregar a notação, pois às vezes com o cansaço da prova podemos nos confundir.

Em 8 minutos a torneira encheu metade do recipiente maior, ou seja, $4v$, então pra saber quanto tempo ela dura para encher o restante, que é $5v$, só precisamos usar uma regra de três simples (minutos$\leftrightarrow$ $volume(v)$)

$8 \leftrightarrow 4$

$x \leftrightarrow 5$

Daí, temos;

$4x = 8 \cdot 5 => 4x = 40 => x = \frac{40}{4} => x = 10$

Ou seja, serão necessários mais 10 minutos para que o recipiente seja completamente cheio.

Resposta: alternativa (B).

- **Comentário:**

Uma típica questão do Enem onde um aluno mais atencioso geralmente não erra, que requer o conhecimento de cálculo de volumes.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Geometria espacial.

- **Nível da questão:**

Médio.

Questão 174

Resolução e Comentário por Weslley Ferreira

Diariamente, uma residência consome 20160 Wh. Essa residência possui 100 células solares retangulares (dispositivos capazes de converter a luz solar em energia elétrica) de dimensões 6 cm x 8 cm. Cada uma das tais células produz, ao longo do dia, 24 Wh por centímetro de diagonal. O proprientário dessa residência quer produzir, por dia, exatamente a mesma quantidade de energia que sua casa consome.

Qual deve ser a ação desse proprietário para que ele atinja o seu objetivo?

Dicas PET Matemática: Organize bem as informações. Como são muitas, isto pode facilmente nos confundir e induzir ao erro.

a) Retirar 16 células.

b) Retirar 40 células.
c) Acrescentar 5 células.
d) Acrescentar 20 células.
e) Acrescentar 40 células.

- **Resolução:**

Primeiramente, vamos extrair do enunciado as informações que precisamos:

a) Consumo diário total de energia da residência: $20160\ Wh$.

b) Energia elétrica produzida diariamente por cada célula: $24x\ Wh$, onde x é o comprimento em centímetros da diagonal da célula.

Agora precisamos calcular x. Observando a figura (I), podemos concluir utilizando o Teorema de Pitagoras, temos que;
$x^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow x = \sqrt{6^2 + 8^2} \Rightarrow x = \sqrt{36 + 64} \Rightarrow x = \sqrt{100} \Rightarrow x = 10$
Ou seja, $x = 10cm$. Segue que cada célula produz $240\ wh$ diários, ja que para cada centímetro de diagonal ela produz $24\ wh$. Como há 100 células, todas as células juntas produzem $100 \cdot 240 = 24000\ Wh$ por dia.

Enfim, para que se produza com células o mesmo que se consome é necessário reduzir a produção, pois o consumo diário é de $20160\ wh$. Assim, a solução do nosso problema é $24000 - 20160 = 3840\ Wh$. Pra saber a quantas células isto equivale, é só divir por 240, que é o quanto cada célula produz. Segue que $\frac{3840}{240} = 16$, e assim, será necessário retirar 16 células.

Resposta: alternativa (A).

- **Comentário:**

Excelente questão. Força bastante o raciocínio do candidato, pois necessita que se calcule várias informações e as organize para que se obtenha o resultado.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Geometria Plana.

- **Nível da questão:**

  Médio.

Questão 175

Resolução e Comentário por Weslley Ferreira

Uma pessoa compra semanalmente, numa mesma loja, sempre a mesma quantidade de um produto que custa R$ 10,00 a unidade. Como já sabe quando deve gastar, leva sempre R$ 6,00 a mais do que a quantia necessária para comprar tal quantidade, para o caso de eventuais despesas extras. Entretanto, um dia, ao chegar à loja, foi informada de que o preço daquele produto havia aumentado 20%. Devido a esse reajuste, concluiu que o dinheiro levado era a quantia exata para comprar duas unidades a menos em relação à quantidade habitualmente comprada.

A quantia que essa pessoa levava semanalmente para fazer a compra era

a) R$ 166,00.
b) R$ 156,00.
c) R$ 84,00.
d) R$ 46,00.
e) R$ 24,00.

- **Resolução**

Seja x a quantidade do produto que a pessoa costumava comprar. Nosso primeiro objetivo é saber quanto vale x, para isto, temos que observar que o produto que valia 10 agora está 20% mais caro. Sendo assim, o produto está $\frac{20}{100} \cdot 10 = 2$ reais mais caro (que equivale a 20% de 10), valendo agora 12 reais.

Como a pessoa costumava comprar x produtos, ele gastava $10x$ reais. Além disso, ele levava consigo sempre 6 reais a mais, ou seja, resultando $10x + 6$ reais. Com o aumento do preço do produto, com a mesma quantidade de dinheiro ele compra agora exatamente dois produtos a menos, ou seja, $x - 2$ produtos, e, como o produto agora custa 12 reais, ele gasta $12(x-2)$ reais. Enfim, por equivalência de valores (no caso, o dinheiro que ele levava) temos a seguinte expressão:

$$10x + 6 = 12(x-2)$$

$$10x + 6 = 12x - 24$$

$$12x - 10x = 6 + 24$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

Por fim, basta substituir o valor de x em uma das duas expressões que indicam o valor que a pessoa costumava levar ($10x + 6$ ou $12(x-2)$). Utilizando a primeira expressão, temos $10x + 6 = 10 \cdot 15 + 6 = 150 + 6 = 156$, ou seja, ele sempre levava 156 reais consigo.

Resposta: alternativa (B).

- **Comentário:**

  Uma questão não tão óbvia, nem tão simples, excelente questão, instiga o raciocínio lógico do candidato.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

  Nenhum.

- **Nível da questão:**

  Difícil.

Questão 176

Resolução e Comentário por Caio Antony

Um executivo sempre viaja entre as cidades A e B, que estão localizadas em fusos horários distintos. O tempo de duração da viagem de avião entre as duas cidades é de 6 horas. Ele sempre pega um voo que sai de A às 15h e chega à cidade B às 18h (respectivos horários locais).

Certo dia, ao chegar à cidade B, soube que precisava estar de volta à cidade A, no máximo, até as 13h do dia seguinte (horário local de A).

Para que o executivo chegue à cidade A no horário correto e admitindo que não haja atrasos, ele deve pegar um voo saindo da cidade B, em horário local de B, no máximo à(s)

a) 16h.
b) 10h.
c) 7h.
d) 4h.
e) 1h.

- **Resolução:**

A ideia da questão é comparar o fuso das cidades, uma vez que você sabe que o executivo fez uma viagem de 6 horas que levou das 15h da cidade A até as 18h da cidade B. Como se sabe o horário inicial da viagem e a duração, o leitor pode descobrir que o executivo chegará de viagem às 21h da cidade A. Assim, se descobre que o fuso da cidade B é 18 - 21= -3h em relação à cidade A.

Dito isso, ele pretende chegar da cidade B na cidade A no máximo às 13h (no fuso da cidade A). Como a viagem dura 6 horas, ele precisaria pegar o voo às 7h no fuso da cidade A. Para saber quanto isso é na cidade B, é só fazer 7 + (-3) = 4h.
.

Dicas PET Matemática: Questões de fuso horário costumam confundir. Só faz sentido falar em fuso horário em relação a algo, nunca se esqueça! Nesse caso, o fuso da cidade B é -3 "em relação à cidade A".

Caso um dia você se depare com uma questão que envolve três ou quatro fusos diferentes, não se esqueça de explicitar em relação à que cada fuso se da.

Resposta: alternativa (D).

- **Comentário:**

A questão é de fato simples, mas não deve ser subestimada. Típica questão pegadinha, o autor da questão sabe qual alternativa a pessoa que erra vai colocar e a coloca como opção. Questões muito mais complexas sobre fusos horários poderiam ser cobradas, envolvendo três ou quatro fusos, horário de verão e mais. Dito isso, a questão podia ter sido mais bem elaborada, mas é de se imaginar que uma prova tenha questões deliberadamente fáceis.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Geografia: fuso horário.

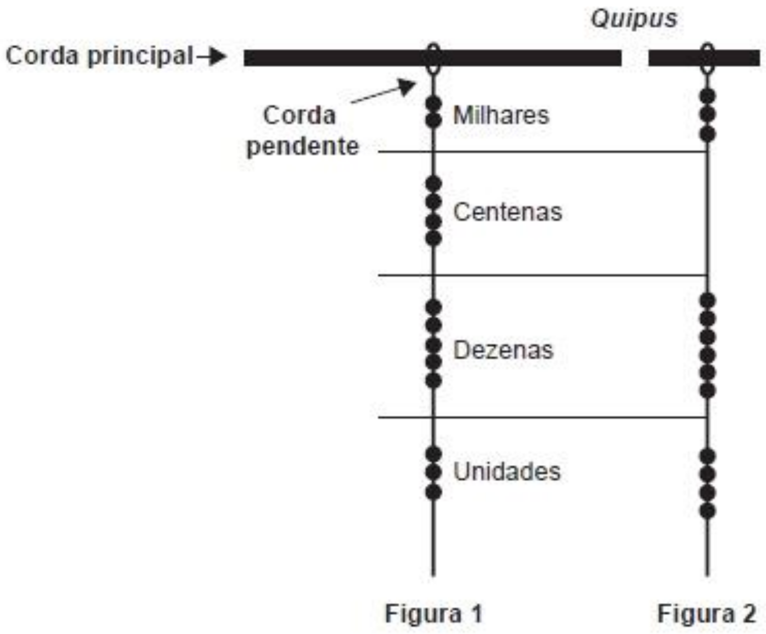
- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 177

Resolução e comentário por Fábio Monteiro

Os incas desenvolveram uma maneira de registrar quantidades e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas com nós denominado *quipus*. O *quipus* era feito de uma corda matriz, ou principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares. Na figura 1, o *quipus* representa o número decimal 2 453. Para representar o “zero” em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.



Disponível em: www.culturaperuana.com.br. Acesso em: 13 dez. 2012.

O número da representação do *quipus* da Figura 2, em base decimal, é

a) 364.
b) 463.
c) 3 064.
d) 3 640.
e) 4 603.

- **Resolução:**

Observando o *quipus* da figura 1 temos: 2 unidades de milhar (2 000), 4 centenas (400), 5 dezenas (50) e 3 unidades (3), totalizando 2.453, ou utilizando-se da notação posicional do sistema decimal:

$$2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 2\ 453$$

Sabendo-se que os incas representavam o zero pela ausência de nó, temos para a figura 2:

$$3 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 4.1 = 3\ 064$$

Resposta: alternativa (C).

- **Comentário:**

Questão simples que aborda conhecimentos básicos sobre o sistema de numeração decimal posicional.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Nenhum.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 178

Resolução e comentário por Fábio Monteiro

A maior piscina do mundo, registrada no livro *Guiness*, está localizada no Chile, em San Alfonso del Mar, cobrindo um terreno de 8 hectares de área.

Sabe-se que 1 hectare corresponde a 1 hectômetro quadrado.

Qual é o valor, em metros quadrados, da área coberta pelo terreno da piscina?

a) 8
b) 80
c) 800
d) 8 000
e) 80 000

- **Resolução:**

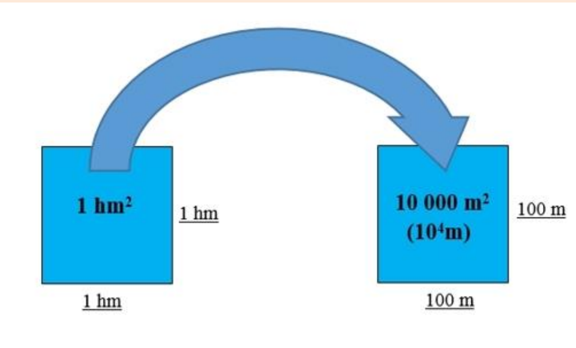
Do enunciado podemos extrair que:

1 hectare (ha) – 1 hectômetro^2 (hm^2)

Logo, tendo 8 ha de área, teremos 8 hm^2.

Como 1 hm^2 equivale a 10 000 m^2, chegamos que 8 hm^2 equivalem a 80 000

Dicas PET-Matemática: Sabendo-se que **1 hm** equivale a **100 metros**, temos que 1 hm^2 pode ser visto geometricamente (Se você se lembra do fator de conversão use-o diretamente!) da seguinte forma:



m^2.

Resposta: alternativa (E).

- **Comentário:**

  Questão simples e bem elaborada. Para responder essa questão basta ao aluno dominar conhecimentos de conversão entre unidades de comprimento e área.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

  Conversão de unidades de comprimento e área.

- **Nível da questão:**

  Fácil.

Questão 179

Resolução e comentário por Fábio Monteiro

Durante uma epidemia de uma gripe viral, o secretário de saúde de um município comprou 16 galões de álcool em gel, com 4 litros de capacidade cada um, para distribuir igualmente em recipientes para 10 escolas públicas do município. O fornecedor dispõe à venda diversos tipos de recipientes, com suas respectivas capacidades listadas:

- Recipiente I: 0,125 litro
- Recipiente II: 0,250 litro
- Recipiente III: 0,320 litro
- Recipiente IV: 0,500 litro
- Recipiente V: 0,800 litro

O secretário de saúde comprará recipientes de um mesmo tipo, de modo a instalar 20 deles em cada escola, abastecidos com álcool em gel na sua capacidade máxima, de forma a utilizar todo o gel dos galões de uma só vez.

Que tipo de recipiente o secretário de saúde deve comprar?

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

- **Resolução:**

OBS: Galão é uma unidade de capacidade e não equivale a 4 litros (1 Galão = 3,78541178 litros). Entenderemos 16 galões como sendo 16 recipientes contendo álcool em gel.

Do enunciado temos as seguintes informações:

- O secretário de saúde irá comprar recipientes de um mesmo tipo;
- Cada escola disporá de 20 recipientes;
- O município tem um total de 10 escolas;
- Cada escola deve receber a mesma quantidade de álcool em gel;

Dicas PET-Matemática:

Ao invés de dividir por 200, você pode dividir por 2 e depois por 100 (ou vice-versa!), que são duas operações mais simples.

Veja que são 16 galões de álcool em gel e que cada galão tem capacidade para 4 litros (L). Temos então um total de 64L (16 galões x 4L) de álcool em gel a ser distribuído nas escolas.

Como o município possui 10 escolas e em cada escola temos 20 recipientes, teremos um total de 200 recipientes. Considerando que cada escola deve receber a mesma quantidade de álcool em gel, temos:

64 L ÷ 200 Recipientes = 0,32 L (Capacidade de cada recipiente)

Resposta: alternativa (C).

- **Comentário:**

Questão problema que pode ser resolvida com conhecimentos básicos de multiplicação e divisão.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

Nenhum.

- **Nível da questão:**

Fácil.

Questão 180
Resolução e comentário por Fábio Monteiro

Os vidros para veículos produzidos por certo fabricante têm transparências entre 70% e 90%, dependendo do lote fabricado. Isso significa que, quando um feixe luminoso incide no vidro, uma parte entre 70% e 90% da luz consegue atravessá-lo. Os veículos equipados com vidros desse fabricante terão instaladas, nos vidros das portas, películas protetoras cuja transparência, dependendo do lote fabricado, estará entre 50% e 70%. Considere que uma porcentagem P da intensidade da luz, proveniente de uma fonte externa, atravessa o vidro e a película.

De acordo com as informações, o intervalo das porcentagens que representam a variação total possível de P é:

a) [35 ; 63].
b) [40 ; 63].
c) [50 ; 70].
d) [50 ; 90].
e) [70 ; 90].

- **Resolução:**

Observe que 70% a 90% da luminosidade atravessa o vidro, ou seja, teremos uma luminosidade entre [70 ; 90] no interior do veículo do que era a luminosidade ambiente. Sendo que apenas 50% a 70% da luminosidade atravessa a película. Então para obter o intervalo de variação da luminosidade que entra no carro devemos calcular os limites mínimo e máximo da luminosidade.

Logo devemos calcular 50% de 70% e 70% de 90%. Para isto utilizaremos a representação decimal desses números.

Logo o limite mínimo será de 0,50 * 0,70 = 0,35 (35%)
E o limite máximo é de 0,70 * 0,90 = 0,63 (63%)

Portanto o intervalo de variação dos raios luminosos que penetram pelo carro é de [35 ; 63]

Resposta: alternativa (A).

- **Comentário:**

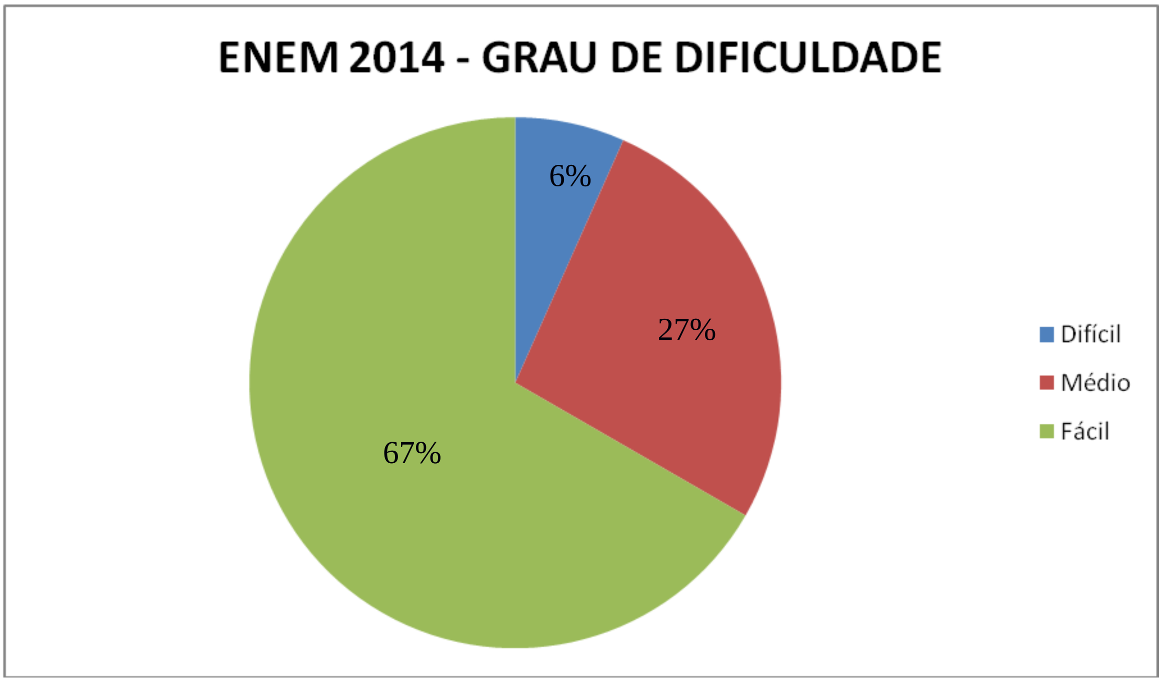
  Para resolver essa questão é preciso que o aluno esteja atento ao cálculo dos limites mínimo e máximo de variação da luminosidade.

- **Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:**

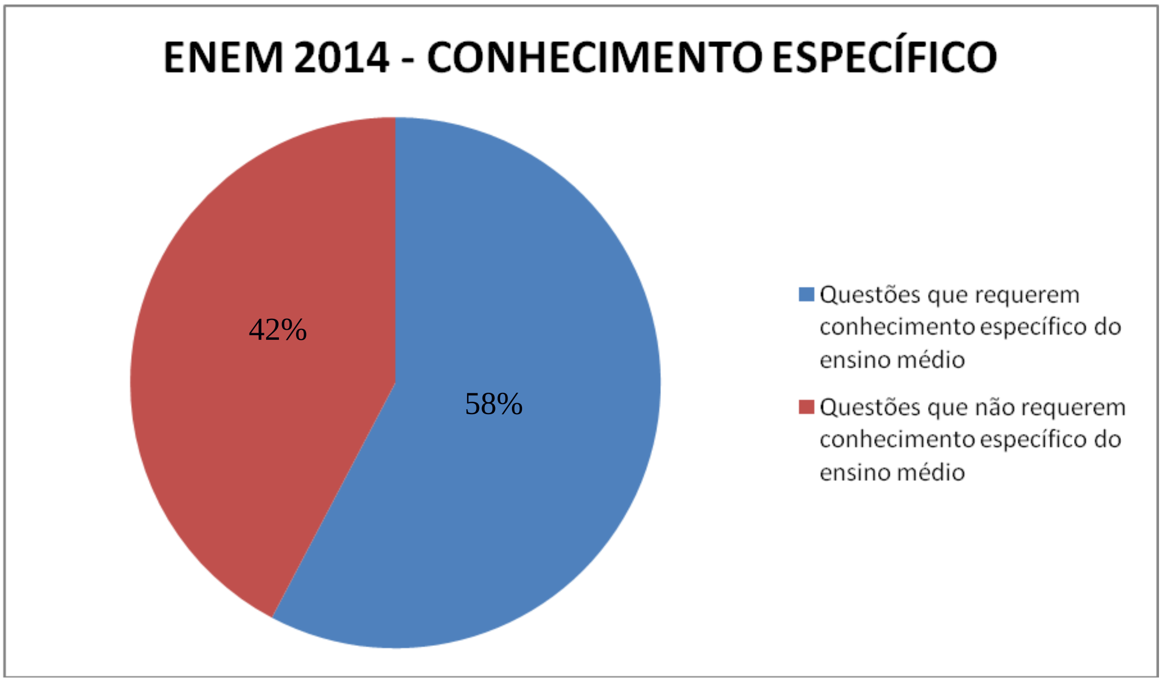
  Nenhum.

- **Nível da questão:**

  Fácil.



Fonte: Resolução comentada da prova de matemática ENEM-2014 pelo grupo PET-Matemática UFCG



Fonte: Resolução comentada da prova de matemática ENEM-2014 pelo grupo PET-Matemática UFCG