Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Ciências e Tecnologia
Unidade Acadêmica de Matemática

VII Semana da Matemática
10 anos do PPGMAT

# As Lúnulas de Hipócrates

**_FERNANDES, Juliérika Veras (Grupo PET-Matemática UFCG); MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro de (Tutor do Grupo PET-Matemática UFCG)_**
Universidade Federal de Campina Grande
*julierika@dme.ufcg.edu.br; daniel@dme.ufcg.edu.br*

## INTRODUÇÃO

Hipócrates (410 a.C.-470 a.C.) foi um geômetra nascido na ilha de Quíos, no arquipélago de Dodecaneso, Grécia. Ele estudou muitos problemas clássicos de Geometria, dentre os quais destacamos o da quadratura do círculo [1], que consistia em construir um quadrado com a mesma área de um dado círculo utilizando apenas uma régua e um compasso em um número finito de etapas [1]. Trabalhando neste problema, Hipócrates provou que a área de uma Lúnula, que é uma região no plano limitada por dois arcos circulares de raio s diferentes, é igual a área de um quadrado.

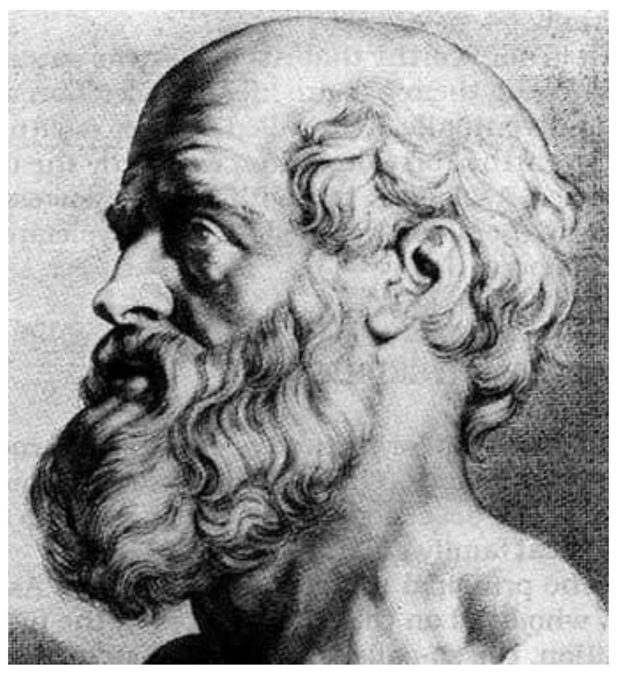

Figura 1: Hipócrates de Quíos (410 a.C- 470 a.C)

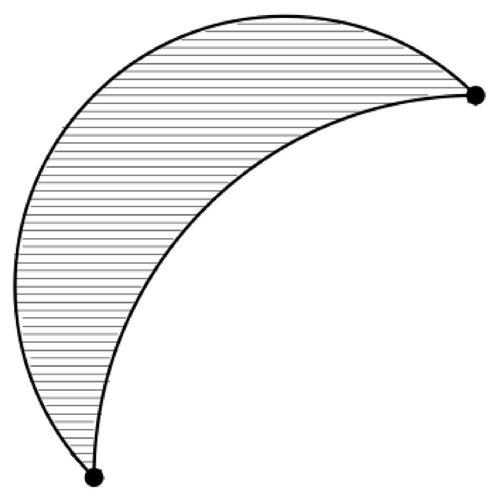

Figura 2: Lúnula

## OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é mostrar que a área da Lúnula é igual a área do quadrado contido na circunferência maior. O principal motivo para tal é que as Lúnulas foram uma das primeiras figuras não poligonais cuja área foi calculada exatamente. Assim, objetivamos também abordar o aspecto histórico e o valor teórico deste clássico teorema.

**Exemplos:**

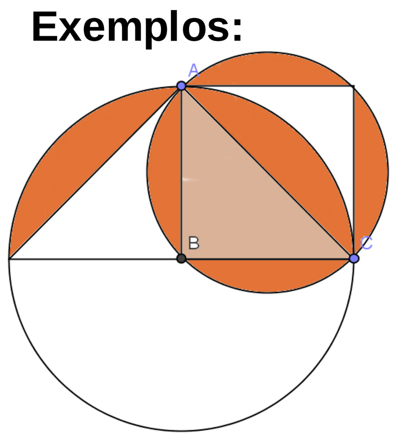


Figura 3

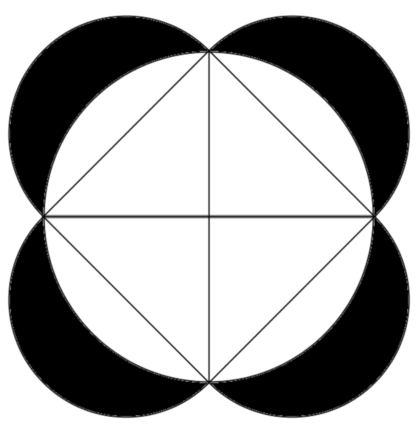

Figura 4

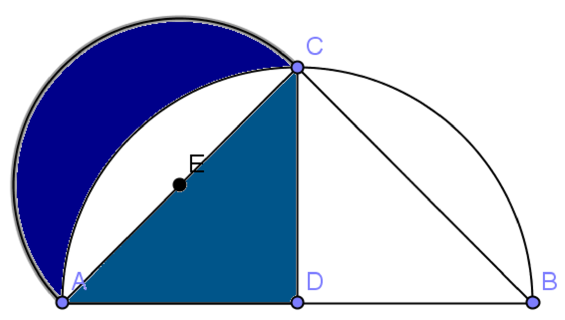


Figura 5

## METODOLOGIA

Esse trabalho foi realizado, principalmente, a partir do estudo do artigo [2], e consultas aos textos [1],[3] e [4]. Especificamente, estudamos o texto [2] que motivou o presente trabalho. Os textos [1] e [3] foram consultados para coletar dados históricos gerais e o texto [4] foi consultado para maiores esclarecimentos. Também foram realizadas exposições sobre o assunto para o Grupo PET-Matemática UFCG, no qual os colegas teceram comentários para incrementar o desenvolvimento do trabalho.

## RESULTADOS E CONCLUSÕES

Ao final deste estudo, observamos que obtivemos um maior apanhado histórico de como a Geometria Euclidiana se desenvolveu, através do problema da quadratura do círculo. Além disso, a demonstração de que a área da Lúnula é igual a área de um quadrado, que apresentaremos a seguir, nos fez tomar conhecimento de interessantes resultados elementares de Geometria. No processo, aproveitamos para apreciar a beleza da Geometria Plana.

**Desenhando as Lúnulas**

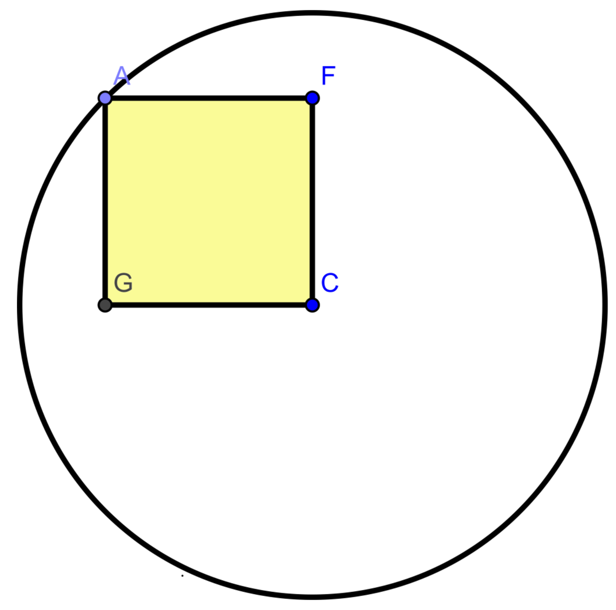


Figura 6

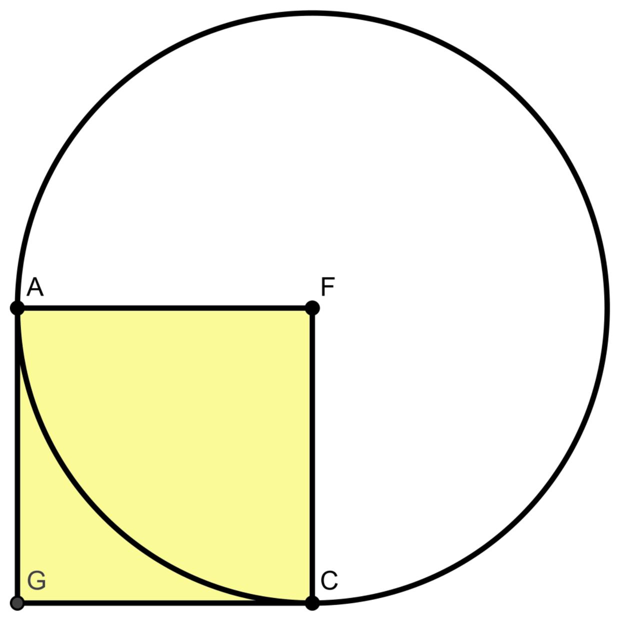


Figura 7

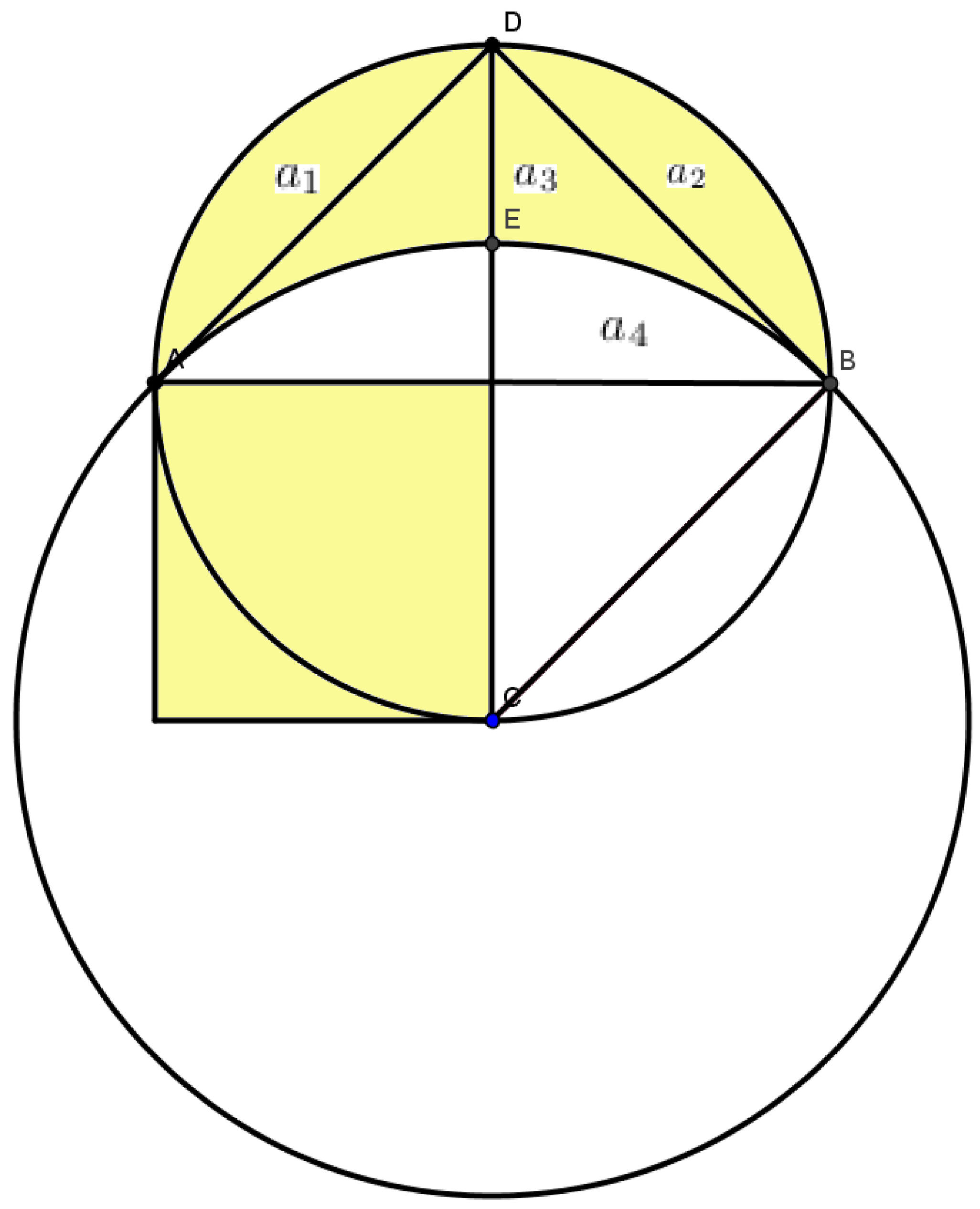


Figura 8

**Demonstração:**

A razão entre as áreas de dois setores cujos ângulos centrais são congruentes é igual à razão entre os quadrados dos comprimentos de suas respectivas cordas. Perceba que $d=\sqrt{2}$ é o raio da circunferência maior, logo temos:

$$\frac{a_1}{a_4} = \frac{r^2}{(\sqrt{2}r)^2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_4} = \frac{r^2}{2r^2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_4} = \frac{1}{2} \cdot a_4$$

Como $a_1 = a_2 = \frac{1}{2} \cdot a_4$ temos

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_3 = r^2$$

Sendo assim concluímos que a área da Lúnula é igual a área do quadrado contido na circunferência maior.

## REFERÊNCIAS

[1] PITOMBEIRA, J.B., ROQUE, T.M. *Tópicos de história da Matemática coleção PROFMAT.* 1 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012;

[2] SIMMONS,George F. *Cálculo com Geometria Analítica volume 2.* 1 ed. São Paulo: MCGRAW-HILL, 1987;

[3] AABOE, ASGER. *EPISÓDIOS DA HISTÓRIA ANTIGA DA MATEMÁTICA. 2 ed.* Rio de Janeiro: SBM, 2002;

[4] GALVÃO, Maria Elisa E. L.; SOUZA, Vera H. G. de. AS LUAS DE HIPÓCRATES: A LONGA HISTÓRIA DE UM PROBLEMA NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. *Revista do Professor de Matemática. Rio de Janeiro.* n. 82. p. 12-17. 2013.