UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL
TUTOR: PROF. DR. DANIEL CORDEIRO DE MORAIS FILHO

AS FUNÇÕES DO LIVRO DIDÁTICO

BOLSISTAS QUE REALIZARAM ESTA ATIVIDADE:

ANDRÉ FELIPE ARAUJO RAMALHO
MATHEUS CUNHA MOTTA
MICHELL LUCENA DIAS
YGOR DIAS A. TORQUATO

Introdução

A matemática abordada no ensino médio é, de fato, a grande responsável pela concretização dos conceitos introduzidos nas séries anteriores, pois é neste nível que surge a necessidade de desenvolver o raciocínio dos alunos propondo atividades que relacionem teoria e aplicação. Para tanto, é necessário que os livros didáticos, principal referência a que alunos e professores têm acesso, abordem tais conceitos de forma acessível e coerente.

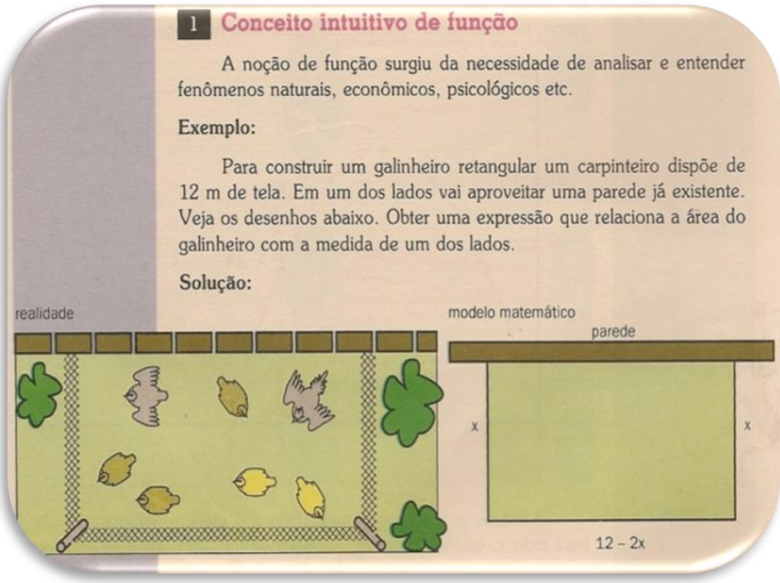
A fim de despertar o espírito crítico dos leitores sobre a qualidade deste importantíssimo material de estudo, analisamos três livros de ensino médio (indicados por Livro 1, Livro 2 e Livro 3), destacando pontos positivos e negativos dos capítulos sobre o conceito de função, destacando:

- ✓ Clareza na exposição dos assuntos;
- ✓ Conexão entre os temas tratados;
- ✓ Conceitualização;
- ✓ Adequação dos exemplos e exercícios;
- ✓ Adequação de gráficos e desenhos.

O Conceito de Função

Introduzir um conteúdo matemático através de questões-problemas cujas soluções envolvam o assunto em foco é um hábito desejável para quem escreve livros didáticos de matemática. Um dos benefícios dessa abordagem é que ela desmistifica a matemática, mostrando ao aluno a necessidade do estudo dessa ciência, o que influencia positivamente na motivação do estudante.

Um exemplo desse tipo de abordagem pode ser encontrado no Livro 1:



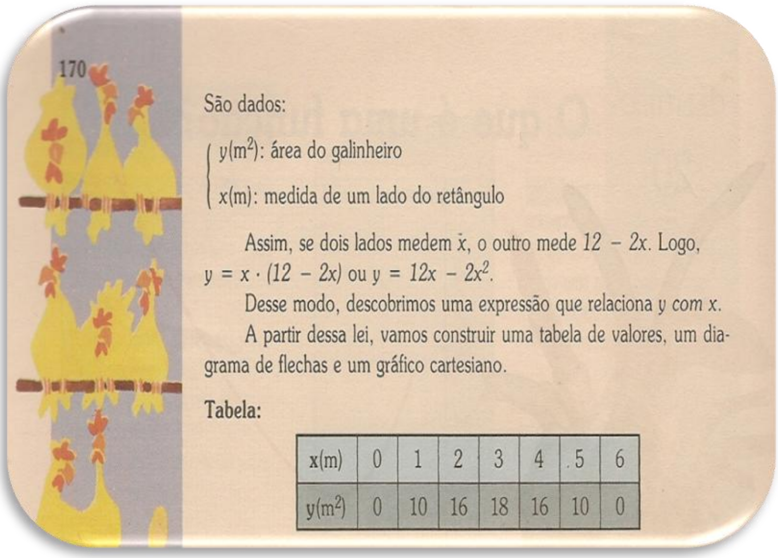
1 Conceito intuitivo de função

A noção de função surgiu da necessidade de analisar e entender fenômenos naturais, econômicos, psicológicos etc.

Exemplo:

Para construir um galinheiro retangular um carpinteiro dispõe de 12 m de tela. Em um dos lados vai aproveitar uma parede já existente. Veja os desenhos abaixo. Obter uma expressão que relaciona a área do galinheiro com a medida de um dos lados.

Solução:



170

São dados:

$$\begin{cases} y(m^2)\text{: área do galinheiro} \\ x(m)\text{: medida de um lado do retângulo} \end{cases}$$

Assim, se dois lados medem x, o outro mede $12 - 2x$. Logo, $y = x \cdot (12 - 2x)$ ou $y = 12x - 2x^2$.

Desse modo, descobrimos uma expressão que relaciona y com x.

A partir dessa lei, vamos construir uma tabela de valores, um diagrama de flechas e um gráfico cartesiano.

Tabela:

x(m)	0	1	2	3	4	5	6
y(m²)	0	10	16	18	16	10	0

Note que a ideia de função surge natural e convenientemente na resolução do problema, o que o torna valioso do ponto de vista didático-pedagógico. No entanto, a interpretação dos resultados da tabela não foi tratada com a merecida acuidade, já que não faz sentido construir um retângulo com área nula e nada foi dito sobre isso.

Para que o problema se tornasse ainda mais rico, poderia ser incluída, em seu enunciado, uma questão do tipo: “De que forma deve-se construir o galinheiro para que esse tenha a maior área possível?”, questão essa que só poderia ser solucionada ao final do capítulo, quando o autor retomaria o problema resolvendo-o e chamando a atenção do estudante para a dificuldade de se obter essa informação sem o uso do conceito de função.

Apesar da boa introdução, o autor apresenta o conceito de função da seguinte forma:

> Sempre que duas grandezas, x e y, estão relacionadas entre si, de modo que:
>
> - x pode assumir qualquer valor em um conjunto A;
> - a cada valor de x corresponde um único valor de y em um conjunto B;
>
> dizemos que a grandeza que assume valores y é uma *função* da grandeza que assume valores x, isto é, que y *é uma função de* x.

Essa apresentação não é rigorosa, pois utiliza a ideia de grandeza sem definição prévia, o que torna o conceito ambíguo. Além do mais, aqui não está definido o que é uma função, mas quando uma grandeza *está em função* de outra. A propósito, a definição rigorosa de função é apresentada fora do capítulo destinado ao estudo desse objeto, numa seção denominada “Temas de Aprofundamento”, como um caso particular de relação.

A definição de um objeto matemático é obviamente essencial ao estudo do mesmo, pois ela é o ponto de partida para o desencadeamento de proposições e teoremas. Além disso, não raramente é utilizada na definição de outros objetos. Portanto, não pode ser tratada como um tópico complementar.

Apesar de ser bastante comum definir função como um conjunto de pares ordenados, essa atitude é desaconselhada por vários motivos, sobre os quais trataremos a seguir. Observe a definição encontrada no Livro 2.

> **Definição**
>
> Dados dois conjuntos, **A** e **B**, não-vazios, dizemos que a relação **f** de **A** em **B** é função se, e somente se, para qualquer **x** pertencente ao conjunto **A**, existe, em correspondência, um único **y** pertencente a **B**, tal que o par ordenado (x, y) pertença a **f**.
>
> Simbolicamente:
>
> $$\boxed{f \text{ é função de } A \text{ em } B \Leftrightarrow (\forall x \in A,\ \exists| \ y \in B \mid (x, y) \in f)}$$

Definir função como um caso particular de relação tem como resultado uma concepção abstrata, estéril com relação à modelagem de problemas, o que a torna inconveniente, principalmente no nível do ensino médio.

> *“Esta opção não é das mais indicadas, pois não enfatiza a noção básica, usada em aplicações, de lei de correspondência, de dependência entre duas variáveis, substituindo-a por um tratamento teórico formal, correto sem dúvida, mas que não é motivado por aplicações relevantes.”* (PAIVA, 2001)

Além de se revelar infrutífera, a definição, dada dessa forma, está associada a um considerável desperdício de energia e tempo, pois no contexto dos livros didáticos de matemática do ensino médio, as relações não têm nenhuma outra razão de ser senão a formalização do conceito de função.

Como recomenda De Morais Filho (2009, p.65), "só devemos definir um objeto quando for realmente necessário". Apesar de vários autores definirem função de forma análoga ao exemplo anterior, claramente essa escolha traz consigo a necessidade de estender o texto para definir relação, quando é possível adotar uma abordagem mais simples e fértil, na qual essa definição é desnecessária.

Uma mostra da efemeridade do conceito de relação em livros do ensino médio é que, em geral, nem nos exemplos e exercícios ele é retomado, dando a falsa impressão de que a matemática é desconexa.

A definição que é dada para *função* como subconjunto do produto cartesiano seria, na verdade, apropriada para *gráfico de uma função*, pois de fato a cada ponto do plano está associado um par ordenado de números reais. "Se definíssemos função dessa forma como definiríamos gráfico de uma função?" Lima (2006, p.81).

Outro problema encontrado em definições está exemplificado no Livro 3.

> Dizemos que a variável (dependente) y é uma função da variável (independente) x se existe uma regra pela qual a cada valor de x, pertencente a um certo conjunto de números, corresponde um único valor de y. O conjunto dos valores que a variável independente x pode assumir chama-se *domínio da função*.

Segundo esta definição, não poderíamos, por exemplo, considerar a função que associa a cada segmento de reta do plano sua mediatriz ou a que associa a cada polígono o número real que representa sua área. Isso ocorre porque o domínio foi restrito a conjuntos numéricos. Talvez isso seja herança do século XVIII, quando Leonard Euler (1707-1783) considerou *função* como toda expressão analítica que além de variáveis envolvesse constantes (PALARO, 2007). No entanto, é notável a evolução desse conceito ao longo do tempo, e a concepção que temos hoje não faz nenhuma restrição à natureza dos elementos dos conjuntos ou da lei de formação de uma função.

Outro fator que nos chama a atenção é a não utilização da notação de conjuntos, o que, nesse caso, torna a definição um tanto prolixa. Apesar desse ônus, essa abordagem pode ter sido uma decisão consciente do autor e é relevável. O que se configura como uma falta grave é não mencionar na definição nem nos capítulos subsequentes o conjunto ao qual pertence o "valor de y".

Ademais, o autor não faz o devido estabelecimento do que segundo Palaro (2007), é a "notação mais bem sucedida de todos os tempos – a notação *f(x)* para uma função de x", atribuída a Euler, que é introduzida abruptamente no decorrer do texto.

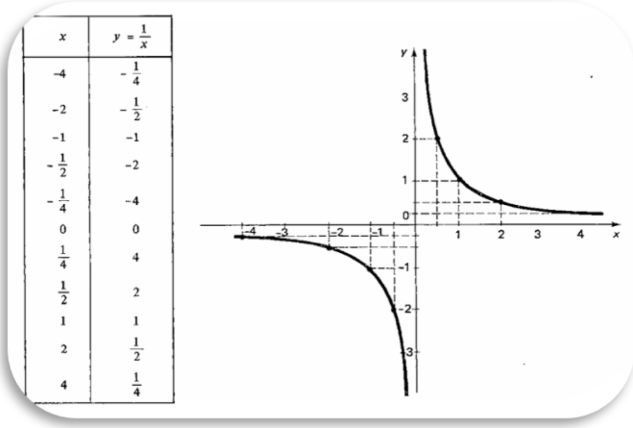
Um bom exemplo de definição de função pode ser encontrado em Lima et al. (2006):

"Dados dois conjunto A e B, uma função $f: A \rightarrow B$ é uma regra ou lei que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y = f(x) \in B$. O conjunto A é chamado Domínio da função e B é o Contradomínio."

Em geral, vultosa parcela da contribuição dos livros didáticos ao processo de aprendizagem dos estudantes dá-se pela exploração dos temas através de exemplos e exercícios resolvidos. No tocante às funções, é natural que boa parte das questões estejam intimamente ligadas à construção de gráficos e tabelas. Assim, é de extrema importância que essas construções sejam elaboradas de forma clara, inteligível e coerente do ponto de vista matemático.

No entanto, adjetivos tão desejáveis parecem não poder ser atribuídos a algumas passagens do livro 3. Observe as imagens que se seguem.

FIGURA 1



x	$y = \frac{1}{x}$
-4	$-\frac{1}{4}$
-2	$-\frac{1}{2}$
-1	-1
$-\frac{1}{2}$	-2
$-\frac{1}{4}$	-4
0	0
$\frac{1}{4}$	4
$\frac{1}{2}$	2
1	1
2	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{1}{4}$

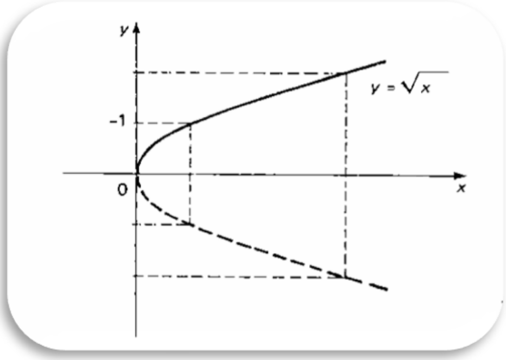


FIGURA 2

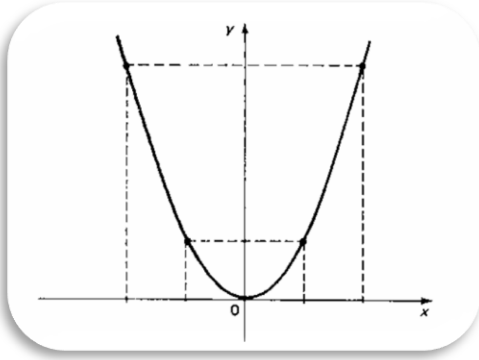


FIGURA 3

Os erros matemáticos são evidentes e comprometem a qualidade do aprendizado. A Figura 1 afirma, através de sua tabela, que $\frac{1}{0} = 0$ e o gráfico da Figura 2 dá a entender que existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $\sqrt{x} = -1$. Evidentemente, estes erros conceituais provavelmente estão associados a erros de digitação, mas mesmo assim merecem menção desonrosa. Já na Figura 3 não há didática alguma, pois não especifica os pontos cujo gráfico aponta.

Apesar das análises de livros didáticos serem trabalhos potencialmente enriquecedores, a curto prazo, não possuem valor se os professores não estiverem preparados e com disposição para efetuar as correções propostas através de suas aulas.

Diante disso, o professor deve operar ativamente, ciente de seu papel de facilitador e multiplicador de conhecimentos, desenvolvendo em si próprio e em seus alunos senso crítico e capacidade de maturar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

Referências Bibliográficas

[1] PALARO, Luiza Aparecida. *Leonhard Euler e o Conceito de Função*. Disponível em:

<http://www.ie.ufmt.br/semiedu2009/gts/gt5/ComunicacaoOral/LUZIA%20APARECIDA%20PALARO.pdf >

[2] LIMA, Elon Lages, et al. *A Matemática do Ensino Médio Volume 1*. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[3] PAIVA, et al. *Exame de Textos:Análise de Livros de Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

[4] DE MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro. *Um Convite à Matemática*. – 3ª edição – Campina Grande: Fábrica de Ensino, 2009.