Universidade Federal de Campina Grande
Unidade Acadêmica de Matemática e Estatística
Grupo Pet Matemática
Tutor: Prof. Daniel Cordeiro de Morais Filho.
Bolsistas: André Felipe, Matheus Motta, Michell Dias e Ygor Torquato.

ANÁLISE DO CONCEITO DE FUNÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Introdução

A matemática abordada no ensino médio é, de fato, a grande responsável pela concretização dos conceitos introduzidos nas séries anteriores, pois neste nível, há a necessidade de desenvolver o raciocínio dos alunos propondo atividades que relacionem teoria e aplicação. Para tanto, é necessário que os livros didáticos, principal referência dos quais alunos e professores têm acesso, apresentem de forma acessível e coerente tais conceitos.

Ancorados nas contribuições dos autores de “Exame de textos: Análise de livros de matemática para o Ensino Médio” analisaremos quatro livros do ensino médio destacando pontos positivos e negativos no que tange os capítulos sobre funções, destacando, no processo, os seguintes pontos dos quais julgamos serem de fundamental relevância para o ensino-aprendizagem:

- Clareza na exposição dos assuntos;
- Conceituação;
- Adequação de gráficos e desenhos.
- Adequação dos exemplos e exercícios;

Desenvolvimento

Um dos problemas encontrados no processo de análise em nosso trabalhofoi a falta de rigor necessária para a correta definição e apresentação do assunto exposto. Em um dos livros analisados, o autor tenta uma abordagem menos “técnica” e, ao contrário do que é comum na matemática,fornece a definição de *função* fora do próprio capítulo dedicado ao estudo desse conceito, em uma seção denominada “Temas de aprofundamento”.

Antes disso, então, numa seção com título “Conceito Intuitivo de Função” o autor apresenta função da seguinte forma:

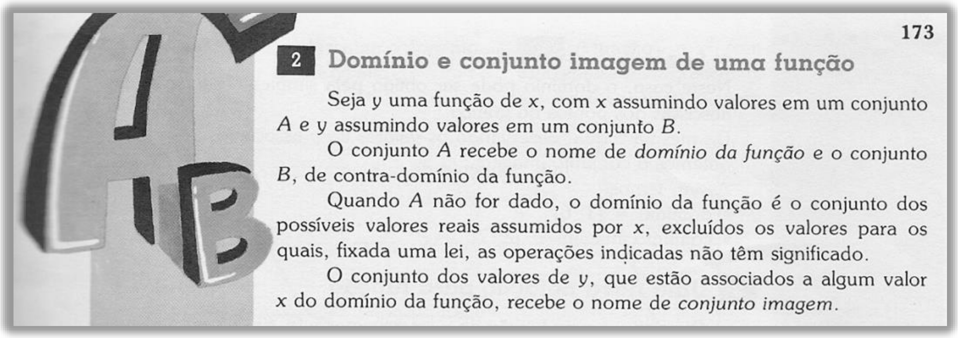
> Sempre que duas grandezas, x e y, estão relacionadas entre si, de modo que:
>
> - x pode assumir qualquer valor em um conjunto A;
> - a cada valor de x corresponde um único valor de y em um conjunto B;
>
> dizemos que a grandeza que assume valores y é uma *função* da grandeza que assume valores x, isto *é*, que *y é uma função de x*.

Esta apresentação não é rigorosa, pois os autores utilizam a ideia de grandeza sem definição prévia, o que pode tornar o conceito de função ambíguo. Com base nessa exposição, na tentativa de responder à pergunta “O que é uma função?”, poderíamos raciocinar da seguinte forma: y é uma função de x e y é uma grandeza, logo, uma função é uma grandeza. Istonão permite, por exemplo, que exista uma função que associe a cada segmento de reta sua mediatriz, no plano, já que não existem grandezas em questão.

A definição de um conceito matemático não pode ser encarada como um complemento do estudo feito sobre este conceito. Ela é o ponto de partida para o desencadeamento das conclusões como teoremas, propriedades e outros.

O mesmo ocorre em outro dos livros analisados. Neste, porém, o autor define função sem comentar algo sobre o Domínio e Imagem de uma função. Fazendo isto quase no fim do capítulo do tema abordado. Isso se constitui contrário ao ato de definir função, já que é comum, e aconselhável, que em sua definição esteja presente o conceito de Domínio, Imagem e lei ou regra de associação dos elementos desta função, como “ingredientes” principais da mesma.

Encontramos ainda, nos quatro livros, os seguintes problemas: o ato de definir função a partir do conceito de relação; e o de fornecer a definição de função, de forma tal, que induza o leitor a pensar que só existem funções numéricas de variável numérica, com os conjuntos do Domínio e do Contradomínio como conjuntos de números. Observe as figuras abaixo:



173

2 Domínio e conjunto imagem de uma função

Seja y uma função de x, com x assumindo valores em um conjunto A e y assumindo valores em um conjunto B.

O conjunto A recebe o nome de *domínio da função* e o conjunto B, de contra-domínio da função.

Quando A não for dado, o domínio da função é o conjunto dos possíveis valores reais assumidos por x, excluídos os valores para os quais, fixada uma lei, as operações indicadas não têm significado.

O conjunto dos valores de y, que estão associados a algum valor x do domínio da função, recebe o nome de *conjunto imagem*.

Primeiro, acreditamos que não é adequado definir função a partir de relação. Não é necessário. Basta apenas defini-la como uma forma de associar cada elemento x de um conjunto A (Domínio) a um único elemento y do conjunto B(Contradomínio) por meio de uma regra ou lei de associação.Segundo, o que aconteceria com as funções que não definidas a partir de uma regra (expressão matemática)? Como a função acima citada (que associa a cada segmento de reta sua mediatriz)? Ou as isometrias, que são funções cujo domínio e contradomínio são pontos do espaço e não números?

Segue abaixo um exemplo do que consideramos ser uma boa definição de função:

“Dados dois conjuntos X e Y, uma função f:X⟶ Y(Lê-se “uma função de X em y”) é uma regra(ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento de x ∈ X um único elemento y = f(x) ∈ Y. O conjunto X chama-se domínio e Y é o contradomínio da função”. **(Como cito que essa definição foi extraída do livro de Elon?)**

A respeito dos gráficos, em um dos livros encontramos erros considerados graves, possíveis erros de impressão, mas que podem prejudicar o entendimento do leitor com relação ao tema estudado. Observe abaixo:

x	$y = \frac{1}{x}$
-4	$-\frac{1}{4}$
-2	$-\frac{1}{2}$
-1	-1
$-\frac{1}{2}$	-2
$-\frac{1}{4}$	-4
0	0
$\frac{1}{4}$	4
$\frac{1}{2}$	2
1	1
2	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{1}{4}$

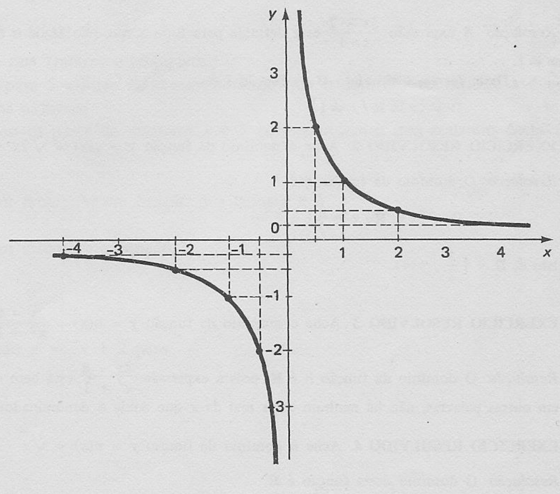


Figura 3.6

Ao definir a função $h(x) = 1/x$, os autores afirmam coerentemente que o domínio é formado pelos reais não nulos. Contudo, apresentam o gráfico acima contido na figura 3.6, que, além do grave erro de mostrar que $h(0) = 0$, tem problemas que deveriam ser resolvidos, pois o leitor poderia inferir que a reta $y = 0$ não é o eixo X.

Nas figuras 3.10 e 3.13, da seção intitulada "3.3 Gráfico de Função", temos gráficos mal elaborados e confusos. No gráfico da figura 3.10 sequer os pontos do eixo são apresentados. Na figura 3.13 está escrito que existe $x \in \mathbb{R}$; $\sqrt{x} = -1$. Observe que o valor -1 foi marcado entre os valores positivos que o eixo y assume.

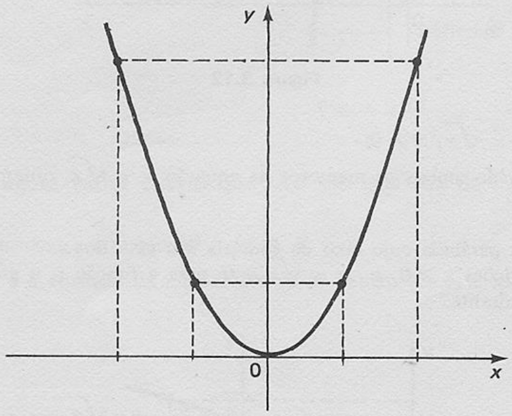


Figura 3.10

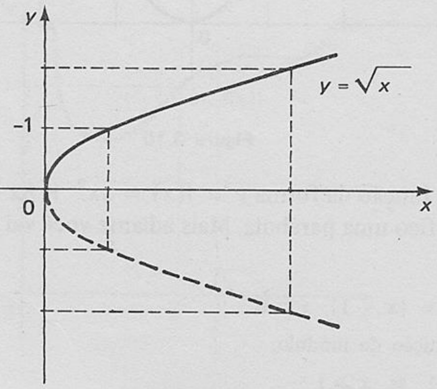


Figura 3.13

Em relação aos exercícios, em dois dos livros analisados, notamos que há pouca (ou nenhuma) diferença entre os exercícios resolvidos pelo autor e os exercícios propostos ao aluno. Os exercícios são um meio de levar o leitor a crescer em aprendizado, portanto, estes devem oferecer um certo nível de desafio, proporcionando esse crescimento. Veja alguns exemplos:

Exercícios resolvidos

1) Dada a função **g** de $A = \{1, 2, 3\}$ em $B = \{1, 2, 3, 4\}$, definida por $g(x) = \frac{5x - 13}{3x - 7}$, calcular:

a) $g(1)$
b) $g(3)$
c) $g(2)$
d) $g(1) + g(2)$
e) $g(1) \cdot g(3)$

Solução:

a) $g(1) = \frac{5 \cdot 1 - 13}{3 \cdot 1 - 7} = \frac{-8}{-4} = \boxed{2}$

b) $g(3) = \frac{5 \cdot 3 - 13}{3 \cdot 3 - 7} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$

c) $g(2) = \frac{5 \cdot 2 - 13}{3 \cdot 2 - 7} = \frac{-3}{-1} = \boxed{3}$

Exercícios propostos

1) Dada a função $f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}$, $x \to \frac{1}{x - 2}$ determine:

a) $f(\sqrt{7})$
b) $f(5) + 3f(4)$
c) $f(\sqrt{3} + 3)$
d) $f(5 - \sqrt{2})$

2) Dada a função real definida por $f(x) = x^2 - 3x$, determine:

a) $f(1)$
b) $f(-1)$
c) $f(3)$
d) $f(2) - 3f(-2)$

3) Dada a função $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{x}$, calcule:

a) $f(\sqrt{2})$
b) $f(-1)$

4) Dada a função real $f(x) = -x^2 + x$:

a) calcule $f(0)$;
b) calcule **x**, tal que $f(x) = 0$;
c) represente os itens **a** e **b** através de diagrama de setas.

29. A função g é definida de $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{Z}$ por:

$g(x) = x^2 - 4$

a) Calcule $g(-1)$, $g(0)$, $g(-5)$ e $g(5)$.

b) Determine x de modo que se obtenha $g(x) = 0$.

c) Calcule, se existir, $x \in \mathbb{Z}$, tal que $g(x) = -4$.

Em relação a este último exemplo ("questão 29"), foi retirado de outro livro, o qual traz uma lista pequena de exercícios e não aborda todo o conteúdo exposto. Esta questão acima é a última da lista e exige pouco esforço do aluno para resolvê-la, enquanto que o esperado é que as últimas questões da lista fossem as mais difíceis.