UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA

GRUPO PET - MATEMÁTICA - UFCG

TUTOR: Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho

BOLSISTA: Emanuel Carlos Albuquerque Alves

Análise de Livro Didático

Campina Grande

Setembro de 2014

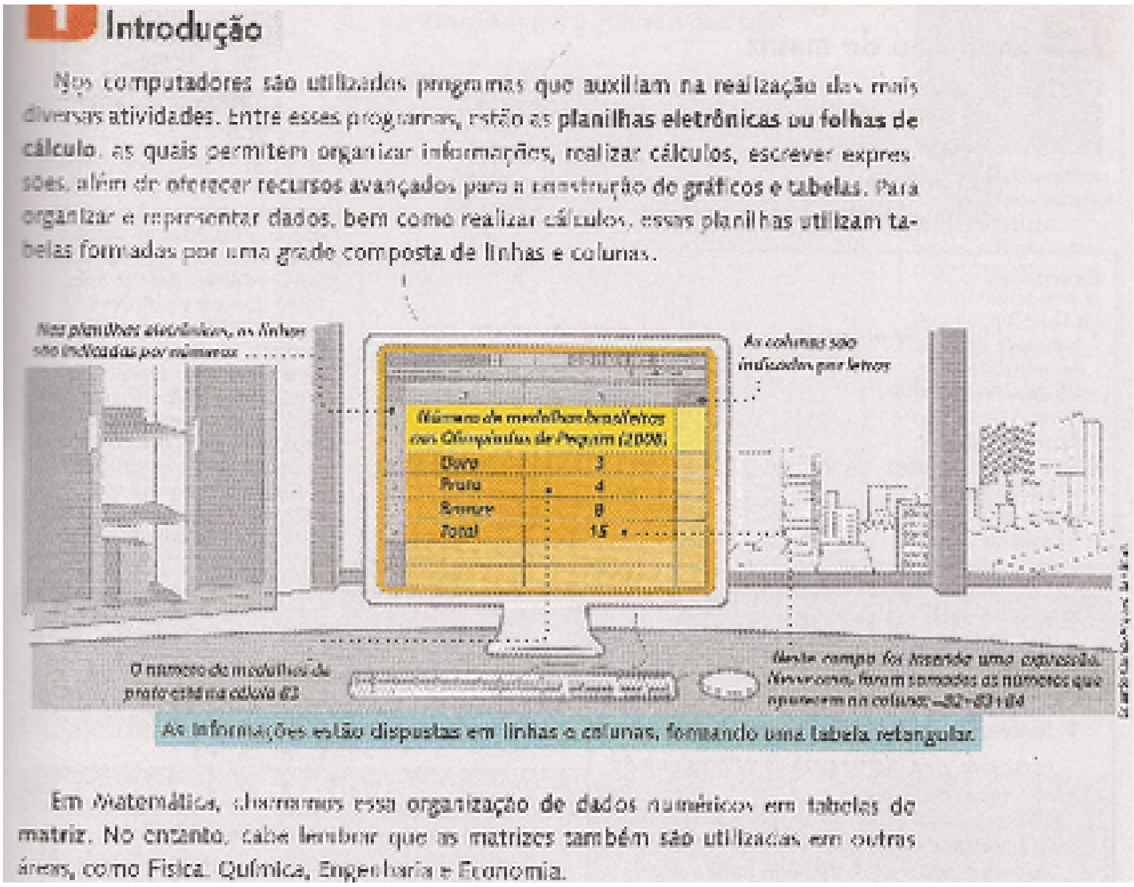
Introdução

O livro didático é um dos principais recursos utilizados pelo professor e pelo aluno durante o ano letivo. Dessa forma, ele deve contemplar de forma clara os conceitos a serem estudados, bons exercícios a serem trabalhados e uma boa abordagem do conteúdo.

Neste trabalho, será analisado o conteúdo de matrizes e determinantes de um livro do Ensino Médio. Primeiro, será verificado a exposição dos conceitos de matrizes, atentando-se a contexto introdutório, se o tema condiz com o assunto, e a definições do conteúdo, neste caso, se estão claras e completas. Além disso, as relações estabelecidas entre o assunto com outros já estudados em matemática, como também a multidisciplinaridade. Por fim, serão avaliados os exercícios contemplando as propostas destes.

1. Conceitos

O livro inicia o capítulo "Matrizes e determinantes" mostrando a relação de planilhas eletrônicas com matrizes. Esta é uma ótima contextualização, pois mostra a presença das matrizes no cotidiano, além disso, essa comparação entre tabela e matrizes é utilizada posteriormente para introduzir a noção de algumas operações de matrizes, ou seja, é uma relação que será utilizada ao longo do capítulo para facilitar a aprendizagem sobre matrizes, já que relaciona os conceitos com o cotidiano.

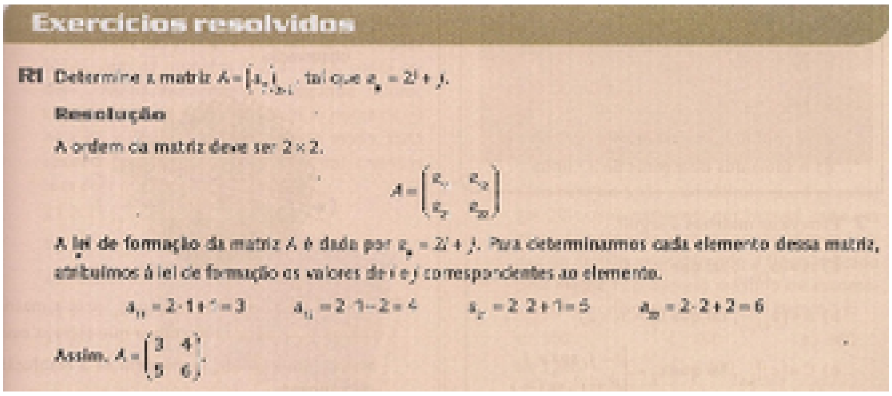

Introdução

Nos computadores são utilizados programas que auxiliam na realização das mais diversas atividades. Entre esses programas, estão as **planilhas eletrônicas** ou **folhas de cálculo**, as quais permitem organizar informações, realizar cálculos, escrever expressões, além de oferecer recursos avançados para a construção de **gráficos e tabelas**. Para organizar e representar dados, bem como realizar cálculos, essas planilhas utilizam tabelas formadas por uma grade composta de linhas e colunas.

Em Matemática, chamamos essa organização de dados numéricos em tabelas de **matriz**. No entanto, cabe lembrar que as matrizes também são utilizadas em outras áreas, como Física, Química, Engenharia e Economia.

Figura 1

Logo após, é dada uma breve definição de matriz, que por sinal, está incompleta, pois não menciona sobre a lei de formação de matriz. Esta só é abordada em um exercício resolvido (figura 2). Isto é ruim, pois não é dada a evidência a lei de formação de matriz, além disso, excluiu a possibilidade de associar os assuntos de matriz e função, ou seja, a boa prática de se ensinar relacionando os novos conceitos com os já conhecidos é desperdiçada.



Exercícios resolvidos

R1 Determine a matriz $A = (a_{ij})_{2\times 2}$, tal que $a_{ij} = 2i + j$.

Resolução

A ordem da matriz deve ser 2×2.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

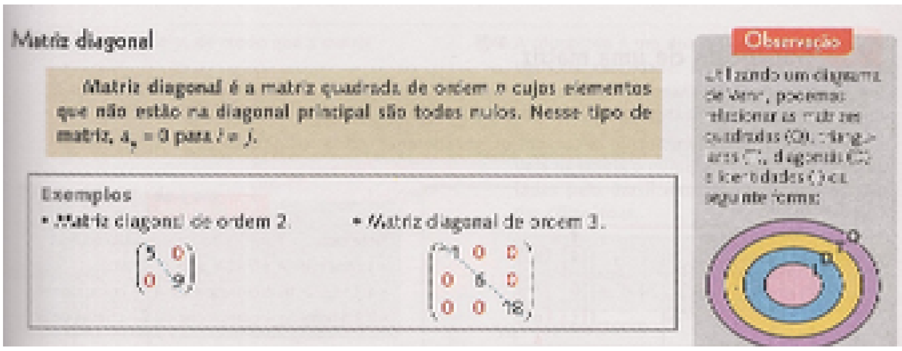
A lei de formação da matriz A é dada por $a_{ij} = 2i + j$. Para determinarmos cada elemento dessa matriz, atribuímos à lei de formação os valores de i e j correspondentes ao elemento.

$a_{11} = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ $\quad a_{12} = 2 \cdot 1 + 2 = 4$ $\quad a_{21} = 2 \cdot 2 + 1 = 5$ $\quad a_{22} = 2 \cdot 2 + 2 = 6$

Assim, $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Figura 2

No tópico seguinte são apresentados os tipos de matrizes, bem como suas definições e pequenos exemplos. Apesar serem feitas boas definições, faltou diferenciar matrizes triangulares em superiores e inferiores. Nesta seção, vale salientar a presença de uma observação (Figura 3) que relaciona as classificações de matrizes com conjuntos, facilitando o entendimento das relações entre os tipos de matrizes.



Matriz diagonal

Matriz diagonal é a matriz quadrada de ordem n cujos elementos que não estão na diagonal principal são todos nulos. Nesse tipo de matriz, $a_{ij} = 0$ para $i \neq j$.

Exemplos

- Matriz diagonal de ordem 2.

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$$

- Matriz diagonal de ordem 3.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$$

Observação

Utilizando um diagrama de Venn, podemos relacionar as matrizes quadradas (Q), triangulares (T), diagonais (D) e identidades (I) da seguinte forma:

Figura 3

Outro elemento interessante no livro é uma abordagem contextualizada das operações com matrizes (Vide figura 4). É apresentado um contexto específico para cada operação. Esse é um ponto bem positivo no livro, pois, segundo Lima [1], essa atitude dá significado as operações entre matrizes. É uma ótima contextualização, pois o autor no começo do capítulo já havia mencionado sobre a relação de matriz e tabelas, dessa forma, trabalhou várias situações problemas e, ao mesmo tempo, definiu as operações de matrizes.

7 Operações com matrizes

Adição de matrizes

No Brasil, é considerada População Economicamente Ativa (PEA) aquela que constitui a força de trabalho do país, ou seja, todas as pessoas que trabalham ou estão procurando emprego, os autônomos, os empregadores, os voluntários, as pessoas que prestam serviço militar obrigatório e os clérigos.

> **Vocabulário**
> clérigo: pessoa pertencente à classe eclesiástica, membro do clero, sacerdote cristão.

Nas tabelas são apresentadas informações acerca da PEA de duas capitais brasileiras.

População Economicamente Ativa (1000 pessoas) do Rio de Janeiro		
Sexo	Agosto de 2009	Setembro de 2009
Homens	2985	2988
Mulheres	2455	2426

População Economicamente Ativa (1000 pessoas) de Belo Horizonte		
Sexo	Agosto de 2009	Setembro de 2009
Homens	1366	1360
Mulheres	1207	1206

IBGE. [illegible]

De acordo com as informações dessas tabelas, vamos escrever as matrizes $A=\begin{bmatrix} 2985 & 2988 \\ 2455 & 2426 \end{bmatrix}$ para Rio de Janeiro e $B=\begin{bmatrix} 1366 & 1360 \\ 1207 & 1206 \end{bmatrix}$ para Belo Horizonte.

A partir dessas matrizes, podemos obter uma única que represente a PEA das duas capitais juntas. Para isso, adicionamos os elementos de mesma posição das matrizes A e B. Assim:

$$\begin{bmatrix} 2985+1366 & 2988+1360 \\ 2455+1207 & 2426+1206 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4351 & 4348 \\ 3662 & 3632 \end{bmatrix}$$

Com isso, obtemos uma nova matriz que corresponde à soma das matrizes A e B.

Figura 4

Porém, em relação às propriedades de cada operação, o livro se limita apenas em apresentá-las, isto é, não há exemplos e nem muito menos demonstração dessas propriedades. Dessa forma, não fica claro para o leitor que as propriedades são consequências da definição das operações entre matrizes.

O texto apresenta outra recomendação de Lima [1], a utilização do termo invertível (figura 5), termo adequado ao se falar de matriz inversa.

8 Matriz inversa

Seja uma matriz quadrada A de ordem n. Quando existe uma matriz B, também de ordem n, tal que $A \cdot B = B \cdot A = I_n$, B é chamada **matriz inversa** de A, a qual indicamos por A^{-1}.

Se existir a matriz inversa de uma matriz dada, dizemos que esta é **invertível** ou **não singular**. Nesse caso, dizemos que a matriz A é invertível e sua inversa A^{-1} é única.

Se não existir a inversa de uma matriz dada, dizemos que esta é **não invertível** ou **singular**.

Figura 5

Também é utilizada a introdução de conteúdos por meio da história, como é o caso tratado na seção de determinantes. Porém, essa introdução (figura 6) não foi boa, pois detém mais aos matemáticos que estudaram determinantes, do que o porquê da necessidade de se estudar determinantes. Isto poderia ser melhorado se o autor tivesse descrito a relação entre vetores e matrizes, e, assim, dizer que o determinante representa o volume do paralelepípedo formado pelos vetores presentes em uma matriz de ordem 3.

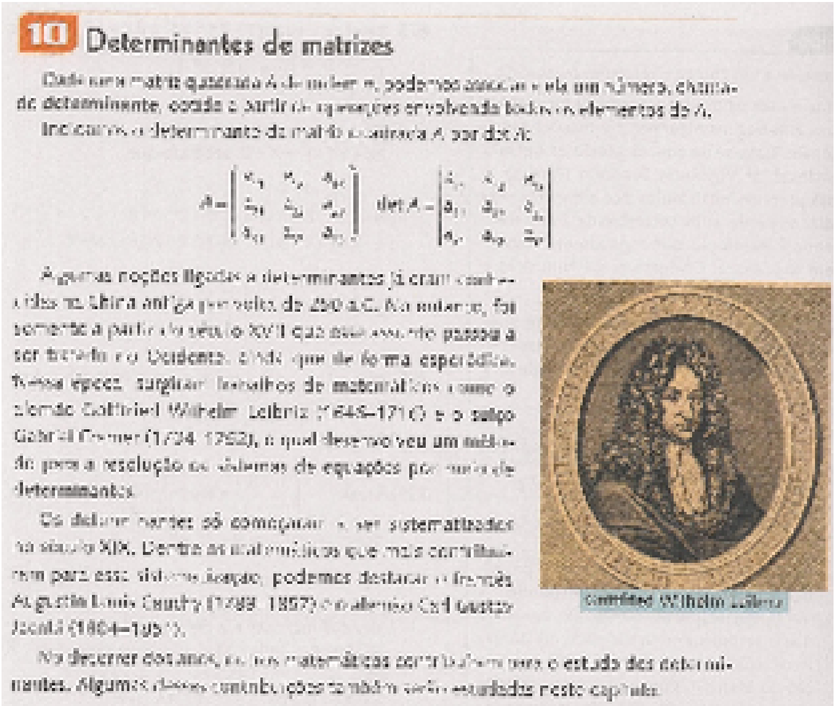


Figura 6

As propriedades de determinantes são apresentadas como se fossem definições e também são apresentados pequenos exemplos ilustrativos. Dessa forma, não fica claro para o leitor que as propriedades de determinante apresentadas só são válidas devido à definição de determinante que foi dada anteriormente.

Ainda na seção de determinantes, é apresentada uma demonstração (figura 7), a do corolário decorrente do teorema de Binet, no qual uma matriz seja invertível é condição necessária para que o determinante desta matriz seja diferente de zero.

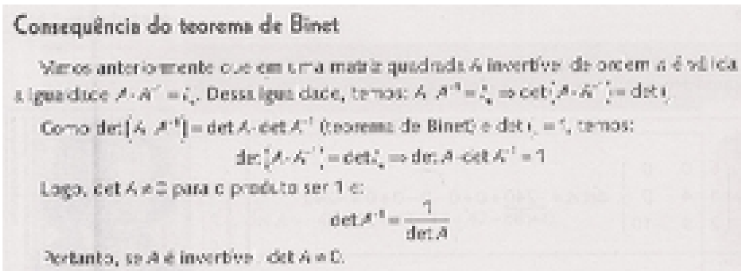
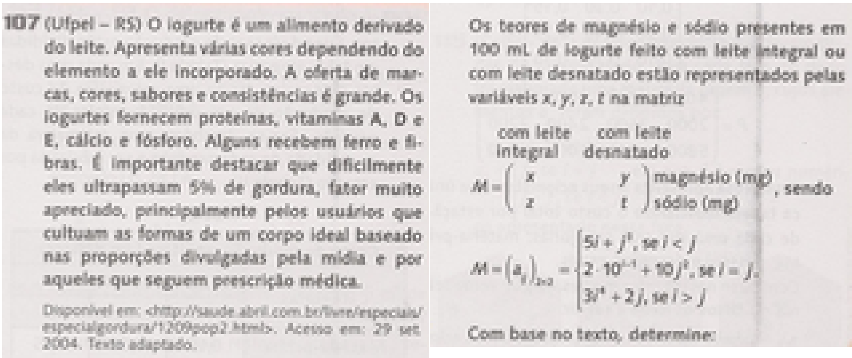


Figura 7

2. Exercícios

O livro possui bons exercícios, estes tanto exploram a manipulação algébrica, quanto problemas. Porém, os problemas, como o da figura 8, em vez de apresentar as matrizes que modelam o problema, deveriam deixar a modelagem a cargo do leitor. Caso o livro adotasse essa atitude, poderia treinar os leitores para desenvolver a habilidade de modelar problemas reais com linguagem matemática. Assim, o aluno poderia utilizar o conhecimento adquirido em outros contextos.



107 (Ufpel – RS) O iogurte é um alimento derivado do leite. Apresenta várias cores dependendo do elemento a ele incorporado. A oferta de marcas, cores, sabores e consistências é grande. Os iogurtes fornecem proteínas, vitaminas A, D e E, cálcio e fósforo. Alguns recebem ferro e fibras. É importante destacar que dificilmente eles ultrapassam 5% de gordura, fator muito apreciado, principalmente pelos usuários que cultuam as formas de um corpo ideal baseado nas proporções divulgadas pela mídia e por aqueles que seguem prescrição médica.

Disponível em: <http://saude.abril.com.br/livre/especiais/especialgordura/1209pop2.html>. Acesso em: 29 set. 2004. Texto adaptado.

Os teores de magnésio e sódio presentes em 100 mL de iogurte feito com leite integral ou com leite desnatado estão representados pelas variáveis x, y, z, t na matriz

$$M = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{com leite integral} & \text{com leite desnatado} \end{array} \\ \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{magnésio (mg)} \\ \text{sódio (mg)} \end{array}, \text{ sendo}$$

$$M = (a_{ij})_{2\times 2} = \begin{cases} 5i + j^2, \text{ se } i < j \\ 2 \cdot 10^{i-1} + 10j^2, \text{ se } i = j \\ 3i^2 + 2j, \text{ se } i > j \end{cases}$$

Com base no texto, determine:

Figura 8

Por fim, há exercícios nos livros especificados para serem resolvidos em grupos, ou seja, tenta estimular a boa prática da coletividade. Dentre eles, há um que trata de vetores (figura 9). Este é um ótimo assunto para se entender um dos significados do determinante, dito anteriormente, como o volume de um paralelepípedo. Esse tipo de exercício estimula a boa prática da multidisciplinaridade e da sociabilidade do conhecimento.

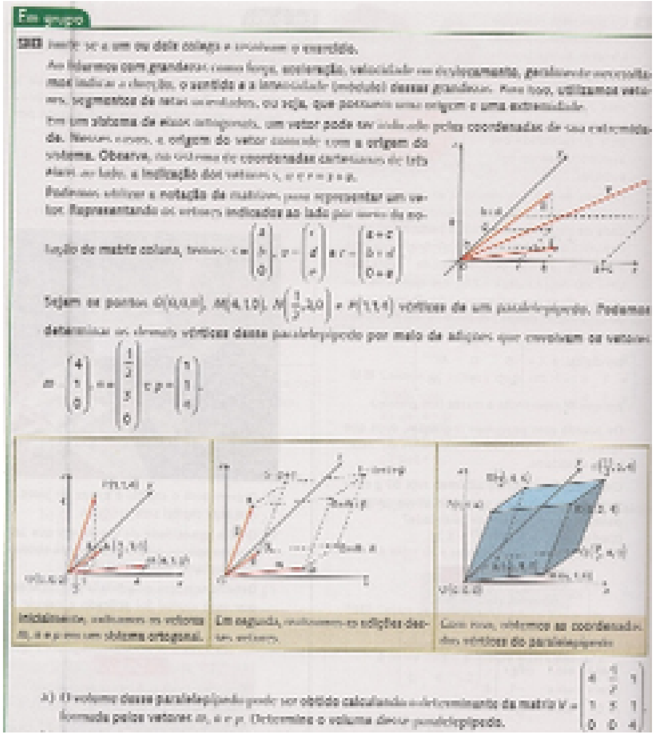


Figura 9

Conclusão

O livro apresenta boas contextualizações, pois envolvem aplicabilidade do assunto, história da matemática e relação com outros assuntos de matemática, ou seja, transversalidade, multidisciplinaridade, etc. Muitas vezes, essas contextualizações introduzem os assuntos, tornando-os bem mais interessante, e consequentemente contribuindo para uma melhor compreensão por parte do aluno.

Além disso, os conceitos apresentados são claros e os exercícios abordados são suficientemente bons. Como muitos livros didáticos, as demonstrações de propriedades e de teoremas não são tratadas com a ênfase que deveriam. Isto é ruim, pois a matemática é estruturada a partir de axiomas e definições, proposições que podem ser estabelecidas e provadas. Então é de extrema importância para a aprendizagem do aluno, em relação à matemática, que este compreenda as demonstrações.

Por fim, é recomendável a utilização deste livro nas escolas. Porém, é preciso atentar para o fato que o livro didático é um dos principais materiais a ser utilizado pelo professor e pelo aluno, e não o único.

Referência Bibliográfica

[1] LIMA, E. L.. **Exame de Textos**: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

[2] BRASIL. **Orientações Curriculares do Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Vol. 2. Brasília: MEC, 2006.