O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

PET – MATEMÁTICA

Bolsista: Michell Dias
Tutor: Prof. Daniel Cordeiro

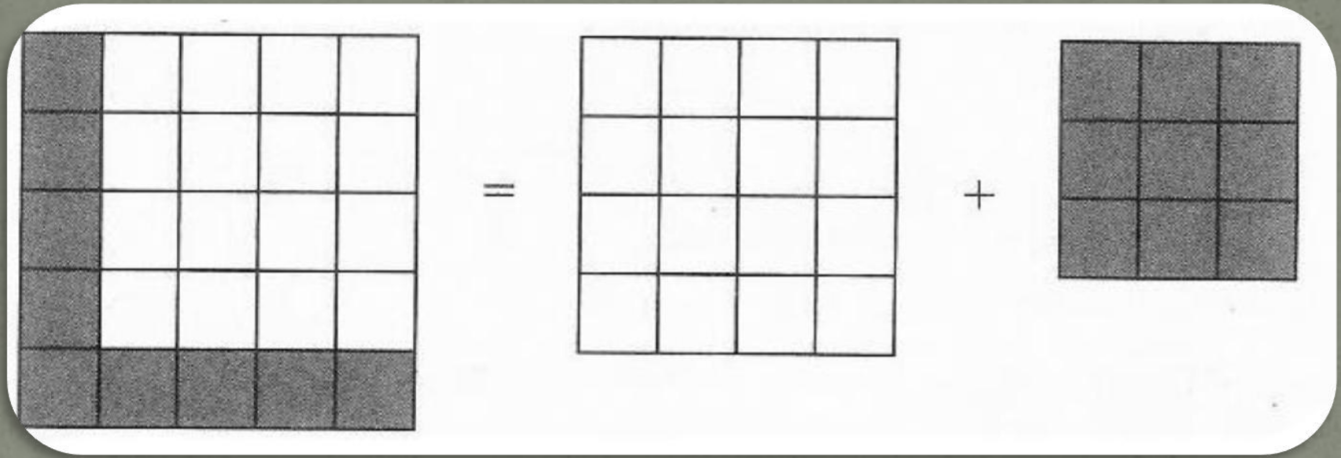
19 de Novembro de 2010

Vamos começar do início...

- De alguma forma, o Último Teorema surgiu séculos antes com outro teorema muito famoso: o Teorema de Pitágoras.
- Se a é a medida da hipotenusa, b e c, a medida dos catetos, o enunciado do Teorema de Pitágoras equivale a:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

- Geometricamente, temos:



- Resolver a equação:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

- Para x,y e z inteiros não-negativos, equivale a encontrar os pontos sobre a circunferência:

$$x^2 + y^2 = 1$$

- Para x e y racionais não-negativos.

Diofanto

- Diofanto (360-430), o pai da álgebra!
- Desenvolveu métodos para resolução de equações cujas soluções são números inteiros.
- Um exemplo clássico: dado A inteiro, encontrar x e y inteiros tais que:

$$A = x^2 + y^2$$

- A equação pitagórica pode ser visto como uma equação diofantina!

Diofanto

- É possível demonstrar que todas as soluções inteiras da equação $x^2+y^2=z^2$, são da forma:

$$x = a^2 - b^2;\ y = 2ab \text{ e } z = a^2 + b^2,$$

onde a e b satisfazem algumas hipóteses.

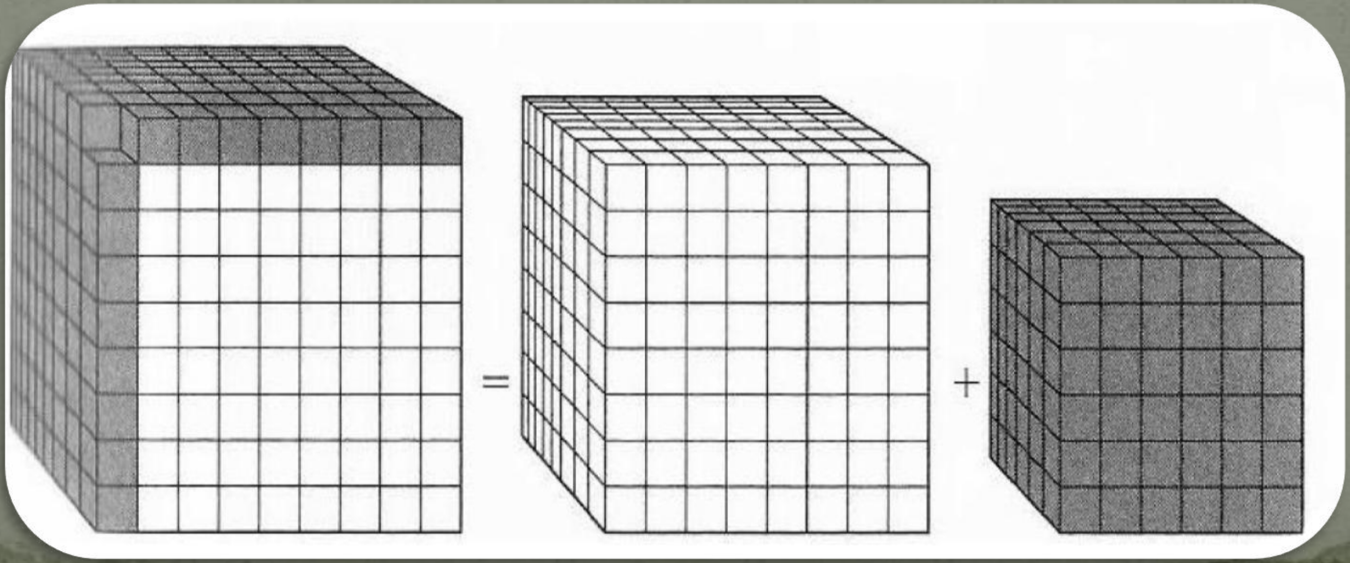
Quem foi Fermat?

- O francês Pierre de Fermat (1601-1665) é considerado um dos grandes matemáticos do século XVII.
- Exerceu grande influência sobre seus contemporâneos mesmo seu trabalho sendo amador!
- Suas contribuições abriram portas para várias áreas da matemática, como a teoria dos números.
- Supostamente, seu entusiasmo deu-se ao estudar a obra de outro grande matemático: Aritmética, de Diofanto.

Fermat

- Logo, era natural que Fermat se perguntasse: “Existe um cubo de lado inteiro que possa ser decomposto em dois outros cubos também de lados inteiros?”

$$z^3 = x^3 + y^3?$$

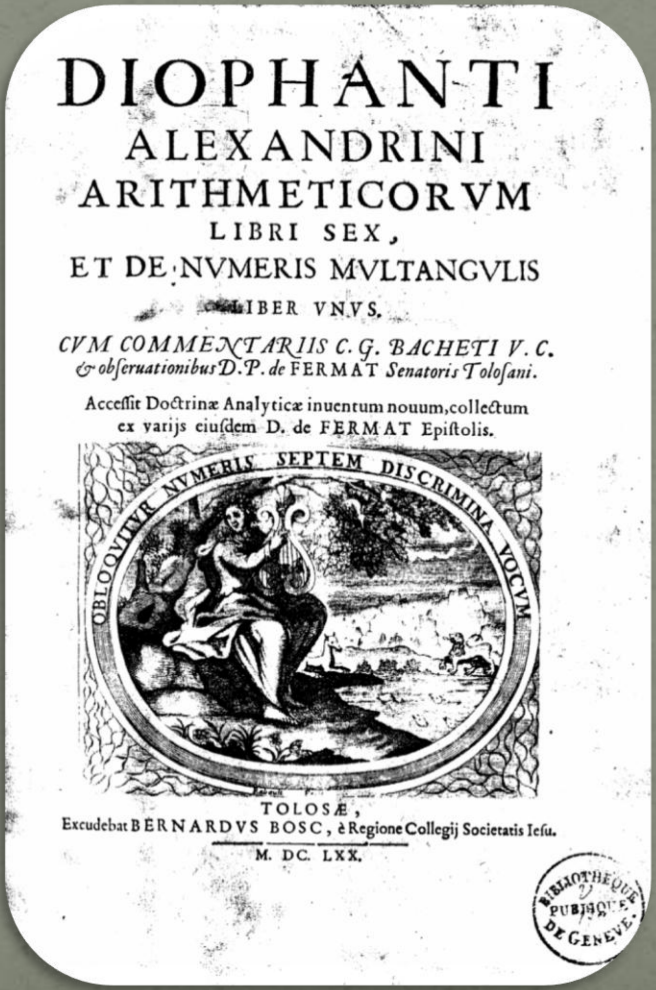


Fermat

- Ou ainda, em um caso mais geral, dados x,y e z inteiros não-negativos, é válida a seguinte equação?

$$x^n + y^n = z^n \text{ para } n \text{ maior do que } 2.$$

- Após a morte de Fermat, seu filho mais velho passou 5 anos colecionando suas observações e publicou-as numa nova edição do livro Aritmética, de Diofanto.



DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.

CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C. & obseruationibus D. P. de FERMAT Senatoris Tolosani.

Acceſſit Doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum ex varijs eiuſdem D. de FERMAT Epiſtolis.

TOLOSÆ,
Excudebat BERNARDVS BOSC, è Regione Collegij Societatis Ieſu.
M. DC. LXX.

- A conjectura do problema VIII de Aritmética deu origem a um dos mais enigmáticos problemas matemáticos de todos os tempos: o Último Teorema de Fermat!

Arithmeticorum Liber II. 61

interuallum numerorum 2. minor autem 1 N. atque ideo maior 1 N. + 2. Oportet itaque 4 N. + 4. triplos esse ad 2. & adhuc superaddere 10. Ter igitur 2. adsci-

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

1 N. $\frac{16}{5}$ Erit igitur alter quadratorum $\frac{256}{25}$. alter verò $\frac{144}{25}$ & vtriusque summa est $\frac{400}{25}$ seu 16. & vterque quadratus est.

OBSERVATIO DOMINI PETRI DE FERMAT.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum vltra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est diuidere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16 diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. − 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. − 16 N. Cæterum volo vtrumque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. − 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. $\frac{16}{5}$ erit

H iii

Traduzindo...

- “Dividir um cubo em dois cubos, uma quarta potência ou, em geral uma potência qualquer em duas potências de mesma denominação acima da segunda é impossível, e eu seguramente encontrei uma prova admirável desse fato, mas a margem é muito curta para contê-la”.

Veja que curioso!

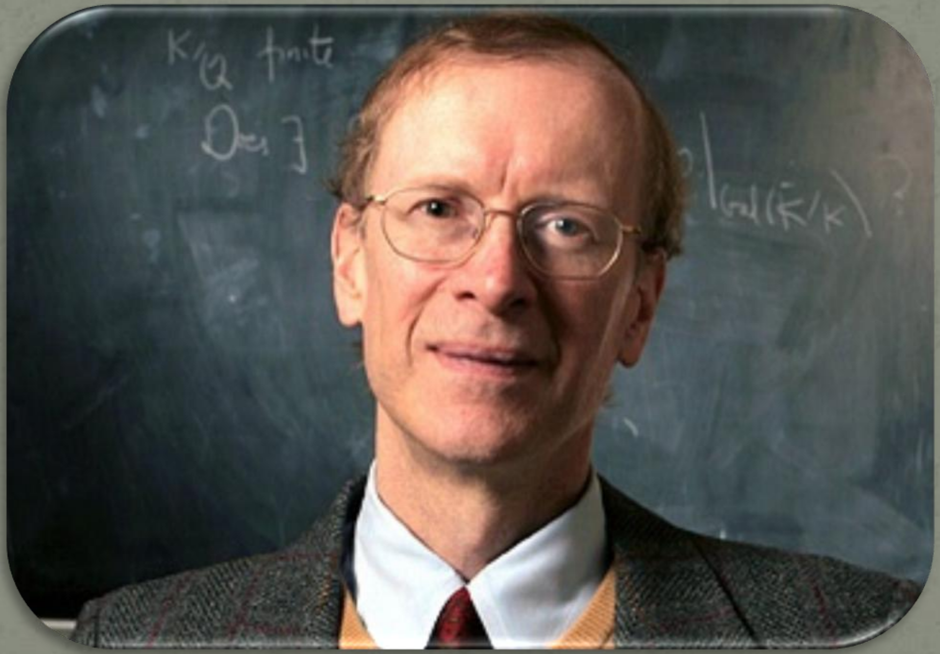
a) Para provar o Último Teorema basta tomar n primo.

b) Usar o Último Teorema para provar que raiz n-ésima de 2 é irracional, para $n > 2$.

c) A equação $x^3 + y^3 + z^3 = w^3$ tem solução!

"Eureca"!

- Em 1995, após três séculos e meio, o inglês Andrew Wiles (1953-) dá a primeira demonstração correta para o Último Teorema de Fermat.



Referências bibliográficas

- SINGH, S.O Último Teorema de Fermat - 3ª edição. Editora Record – 1997

- GARCIA, A. LEQUAIN, Y. Elementos de Álgebra. IMPA – 2002.

- CORDEIRO, D. Um Convite à Matemática – 2ª edição. EDUFCG – 2007.