



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL
TUTOR: PROF. DR. DANIEL CORDEIRO DE MORAIS FILHO**

**RESOLUÇÃO COMENTADA DA PROVA DE MATEMÁTICA-
ENEM 2011**

EQUIPE DE BOLSISTAS QUE RESOLVERAM A PROVA:

- Alan Araújo Guimarães
- André Felipe Araujo Ramalho
- Arthur Cavalcante Cunha
- Geovany Fernandes Patricio
- Juarez Cavalcante de Brito Júnior
- Maciene Maria dos Reis
- Matheus Cunha Motta
- Michell Lucena Dias
- Paulo Romero Ferreira Filho
- Sandra Maria Diniz Silva
- Wuallison Firmino dos Santos

APRESENTAÇÃO

Campina Grande, 10 de outubro de 2012

Mais uma vez o Grupo PET-Matemática-UFCEG oferece aos alunos e professores a resolução da prova de Matemática do ENEM, dessa vez, a do ano de 2011. As questões foram resolvidas por nossos bolsistas, sob minha supervisão. Não temos o interesse de exibir resoluções geniais e imediatas, “macetes” que menosprezam a importância do estudo sério e da verdadeira aprendizagem. Interessa-nos contribuir com seriedade na formação dos alunos que farão essa prova, mostrando as soluções mais naturais que alguém poderia dar ao resolver as questões, sem esquecer de oferecer algumas dicas que um olhar mais perspicaz e mais treinado pode perceber.

Há muito de pessoal na resolução de cada questão, inerente de quem a resolveu, por isso o autor de cada resolução é citado ao enunciar a questão. Parabenizamos nossos petianos por mais essa realização.

Esperamos que aproveitem, e, não é demais repetir o que já se conhece: não há sucesso sem estudo dedicado e honesto, e isso toma tempo. Dedique-se.

Boa leitura e esperamos contribuir para que façam uma boa prova de Matemática do ENEM 2012!

Sugestões: daniel@dme.ufcg.edu.br

Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Moraes Filho
Tutor PET-Matemática-UFCEG

Questão 136

Comentários e resolução por Alan de Araújo Guimarães

O medidor de energia elétrica de uma residência, conhecido como “relógio luz”, é constituído de quatro pequenos relógios, cujos sentidos de rotação estão indicados conforme a figura:



A medida é expressa em kWh. O número obtido na leitura é composto por quatro algarismos. Cada posição do número é formada pelo último algarismo ultrapassado pelo ponteiro.

O número obtido pela leitura *kWh*, na imagem, é

- a) 2614;
- b) 3624;
- c) 2715;
- d) 3725;
- e) 4162.

➤ Resolução

Precisamos, apenas, identificar em cada relógio o último algarismo ultrapassado. Observando a figura, concluímos que o número detectado na leitura será 2614.

Resposta correta: **alternativa A.**

➤ Comentário

Questão muito simples que, a menos de falta de atenção, não vemos motivo para um aluno de Ensino Médio errar.

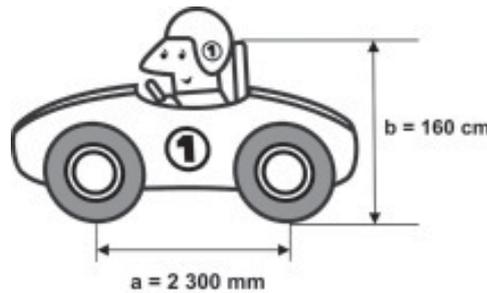
➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 137

Comentários e resolução por André Ramalho

Um mecânico de uma equipe de corrida necessita que as seguintes medidas realizadas em um carro sejam obtidas em metros:

- i. Distância **a** entre os eixos dianteiro e traseiro;
- ii. Altura **b** entre o solo e o encosto do piloto.



Ao optar pelas medidas **a** e **b**, em metros, obtém-se, respectivamente,

- a) 0,23 e 0,16;
- b) 2,3 e 1,6;
- c) 23 e 16;
- d) 230 e 160;
- e) 2 300 e 1 600.

➤ Resolução

Para resolver esse problema, basta conhecer os seguintes fatores de conversão:

$$1m = 100cm = 1000mm.$$

Podemos realizar a transformação da seguinte forma:

$$a = 2300mm = 2300mm \times 1 = 2300mm \frac{1m}{1000mm} = \frac{2300}{1000}m = 2,3m;$$

$$b = 160cm = 160cm \times 1 = 160cm \frac{1m}{100cm} = \frac{160}{100}m = 1,6m.$$

Resposta correta: **alternativa B.**

➤ Comentário

O enunciado é bastante claro, porém a questão como um todo deixa a desejar devido à sua trivialidade.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 138.

Comentários e resolução por Arthur Cavalcante Cunha

A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10}(M_0),$$

onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina-cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_w = 7,3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. Historic Earthquakes.

Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy.

Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina-cm)?

- a) $10^{-5,10}$;
- b) $10^{-0,73}$;
- c) $10^{12,00}$;
- d) $10^{21,65}$;
- e) $10^{27,00}$.

➤ Resolução

Sabendo que a fórmula acima representa a magnitude M_w do terremoto em função do momento sísmico M_0 e que a magnitude do terremoto de Kobe foi $M_w = 7,3$, basta substituir esse valor na equação dada. Assim,

$$-10,7 + \frac{2}{3} \log_{10}(M_0) = 7,3 \Rightarrow \frac{2}{3} \log_{10}(M_0) = 18 \Rightarrow$$

$$\log_{10}(M_0) = 27 \Leftrightarrow$$

$$M_0 = 10^{27} \text{ dina} \cdot \text{cm}$$

Portanto, o momento sísmico $M_0 = 10^{27,00}$.

Resposta correta: **alternativa E**.

➤ Comentário

O enunciado da questão, apesar de muito grande, é de simples compreensão, o que não torna a leitura cansativa. Outro aspecto importante é a apresentação de uma aplicação da função logarítmica, assunto que os alunos pensam ser apenas mais um daqueles que devem apenas decorar.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Função Logarítmica.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 139

Comentários e resolução por Wuallison Firmino dos Santos

O dono de uma oficina mecânica precisa de um pistão das partes de um motor, de 68 mm de diâmetro, para um conserto de um carro. Para conseguir um, esse dono vai até um ferro velho e lá encontra pistões com diâmetros iguais a 68,21 mm; 68,102 mm; 68,001 mm; 68,02 mm e 68,01 mm.

Para colocar o pistão no motor que está sendo consertado, o dono da oficina terá de adquirir aquele que tenha o diâmetro mais próximo do que precisa.

Nessa condição o dono da oficina deverá comprar o pistão de diâmetro

- a) 68,21 mm
- b) 68,102 mm
- c) 68,02 mm
- d) 68,012 mm
- e) 68,001 mm

➤ Resolução

Já que todos os números possuem a mesma parte inteira, basta compararmos suas partes decimais para determinar o menor dentre eles. Temos:

$$68,001 < 68,012 < 68,020 < 68,102 < 68,210.$$

Logo, o dono da oficina deverá comprar o pistão com diâmetro 68,001, pois este possui o diâmetro mais próximo do que ele precisa.

Resposta correta: **alternativa E.**

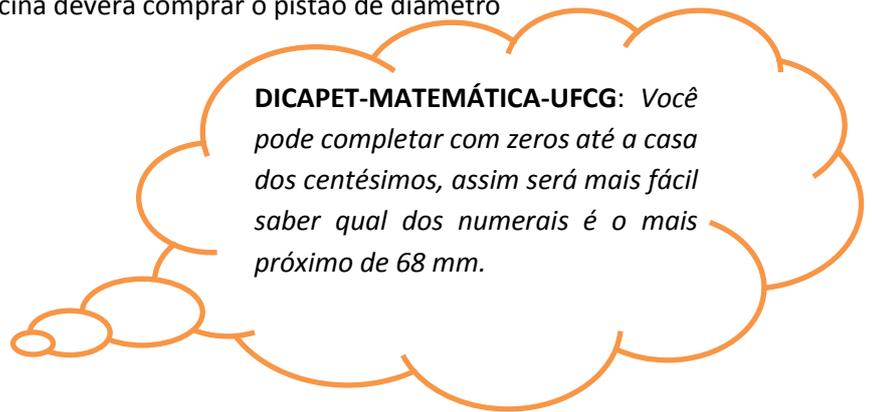
➤ Comentários

A questão tem enunciado claro, facilitando o entendimento do estudante.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum; apenas comparação de números decimais.

➤ Grau de dificuldade: fácil.



Questão 140

Comentários e resolução por Juarez Cavalcante Brito Júnior

Café no Brasil

O consumo atingiu o maior nível da história no ano passado: os brasileiros beberam o equivalente a 331 bilhões de xícaras.

Veja.Ed. 2158, 31 mar. 2010.

Considere que a xícara citada na notícia seja equivalente a, aproximadamente, 120 mL de café. Suponha que em 2010 os brasileiros bebam ainda mais café, aumentando o consumo em $\frac{1}{5}$ do que foi consumido no ano anterior. De acordo com essas informações, qual a previsão mais aproximada para o consumo de café em 2010?

- a) 8 bilhões de litros
- b) 16 bilhões de litros
- c) 32 bilhões de litros
- d) 40 bilhões de litros
- e) 48 bilhões de litros

➤ Resolução

Se no ano de 2010 os brasileiros beberão mais café do que no ano de 2009, aumentando em $\frac{1}{5}$ esse consumo, então será consumido um total de

$$331 \cdot 10^9 + \frac{1}{5} \cdot 331 \cdot 10^9 = 331 \cdot 10^9 + 66,2 \cdot 10^9 = 397,2 \times 10^9 \text{ xícaras de café.}$$

Assim, como cada xícara equivale a aproximadamente 120 mL, isto é, 0,12 L de café, temos:

$$\begin{aligned} 1 \text{ xícara} &\rightarrow 0,12 \text{ L} \\ 397,2 \cdot 10^9 \text{ xícaras} &\rightarrow x \text{ L.} \end{aligned}$$

Ou seja,

$$x = 397,2 \cdot 10^9 \cdot 0,12 = 47,664 \cdot 10^9 \cong 48 \cdot 10^9.$$

Portanto, a previsão mais aproximada para o consumo de café em 2010 é de, aproximadamente, 48 bilhões de litros.

Resposta correta: **alternativa E.**

DICAPET-MATEMÁTICA-UFCG:

Faça logo a transformação de *ml* para *L* evitando, com isso, realizar transformações mais complicadas no final da resolução, o que pode levar ao erro; utilize potências de dez.

➤ Comentário

Questão de enunciado claro, sucinto e de fácil compreensão por parte do leitor, facilitando assim sua resolução.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum. Envolve apenas cálculos com frações, números decimais e regra de três.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 141

Comentários e resolução por Geovany Fernandes Patricio

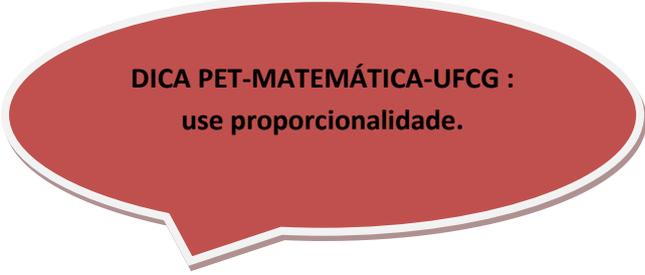
Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

- Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.
- Meia hora de supermercado: 100 calorias.
- Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.
- Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.
- Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.
- Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias.

A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?

- a) 50 minutos.
- b) 60 minutos.
- c) 80 minutos.
- d) 120 minutos.
- e) 170 minutos.



**DICA PET-MATEMÁTICA-UFCG :
use proporcionalidade.**

➤ Resolução

Como temos que adaptar o tempo para que cada atividade gaste igualmente 200 calorias, para a primeira atividade essa pessoa precisará de mais 20 minutos, na segunda atividade de mais 30 minutos, a terceira a quarta e a sexta não precisam ser alteradas, na quinta atividade serão necessários mais 10 minutos. Somando $20 + 30 + 10 = 60$ minutos.

Resposta correta: **alternativa B.**

➤ Comentário

O enunciado não deixa claro, mas devemos supor que a quantidade de calorias varia linearmente com o tempo gasto em cada atividade.

➤ Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão

Nenhum. Apenas proporção.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 142

Comentários e resolução por Maciene Reis

Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a

solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, $180m$ de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: $55m$ por $45m$;

Terreno 2: $55m$ por $55m$;

Terreno 3: $60m$ por $30m$;

Terreno 4: $70m$ por $20m$;

Terreno 5: $95m$ por $85m$.

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno

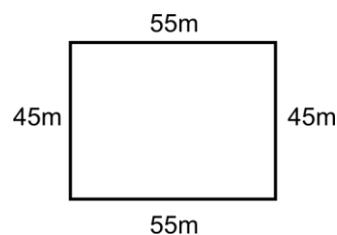
- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

➤ Resolução

Definição: Perímetro é à soma das medidas de todos os lados do polígono.

Sabemos que para cercar o terreno, conforme solicitação dos moradores da cidade, a prefeitura impõe que sejam gastos, no máximo, $180m$ de tela. A partir desta condição, podemos verificar o perímetro de cada terreno:

- Terreno 1:

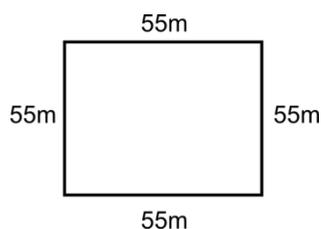


Sejam P_1 , P_2 , P_3 , P_4 e P_5 , os perímetros dos terrenos 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Então,

$$P_1 = 55 + 45 + 55 + 45 = 200m > 180m.$$

Note que, neste caso, o valor estimado de $180m$ é ultrapassado.

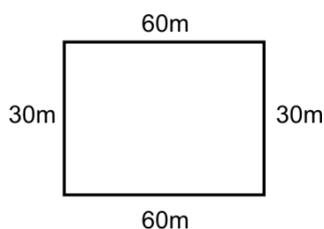
- Terreno 2:



$$P_2 = 55 + 55 + 55 + 55 = 220m > 180m.$$

Novamente, temos uma alternativa que ultrapassa o valor estimado.

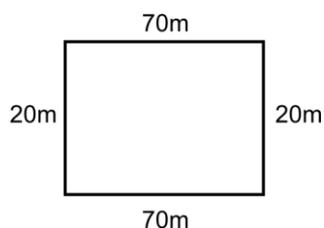
- Terreno 3:



$$P_3 = 60 + 60 + 30 + 30 = 180m.$$

Encontramos uma alternativa que nos apresenta uma possibilidade de solução, contudo é necessário analisarmos as demais.

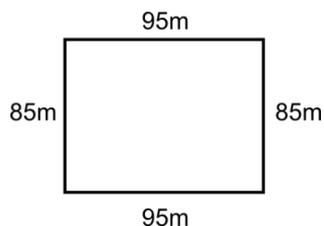
- Terreno 4:



$$P_4 = 70 + 70 + 20 + 20 = 180m.$$

Mais uma alternativa que pode ser utilizada para resolver a questão analisada.

- Terreno 5:



$$P_5 = 95 + 95 + 85 + 85 = 360m > 180m.$$

Observamos mais uma vez uma alternativa que deve ser descartada.

Realizada a análise das alternativas, verificamos que apenas os terrenos 3 e 4 se encontram de acordo com o gasto máximo estimado pela prefeitura. Porém, como o

enunciado da questão solicita o terreno de maior área, devemos fazer um cálculo da área de cada um desses terrenos:

Chamando de A_3 a área do terreno 3 e A_4 a área do terreno 4, temos:

- Terreno 3

$$A = b \cdot h$$

$$A_3 = 60 \cdot 30 = 1800m^2.$$

- Terreno 4:

$$A_4 = 70 \cdot 20 = 1400m^2.$$

Portanto, o terreno de maior área que cumpre as condições impostas pela prefeitura é o terreno 3.

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

Observamos que se trata de uma questão bastante simples e objetiva, pois todas as informações que o candidato precisa para respondê-la podem ser encontradas no próprio enunciado.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 143

Comentários e resolução por Sandra Maria Diniz Silva

Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2 000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm.

Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de

- a) 1 : 250.
- b) 1 : 2 500.
- c) 1 : 25 000.
- d) 1 : 250 000.
- e) 1 : 25 000 000.

➤ Resolução

Primeiramente é preciso saber que a escala numérica é representada em forma de fração. O numerador indica a distância no mapa e o denominador a distância real

correspondente, sempre em centímetros (cm). Então, deve-se converter o valor da distância real de 2000 Km em centímetros. Temos assim:

$$\begin{aligned} 1Km &\rightarrow 100000 \text{ cm} \\ 2000 Km &\rightarrow x \text{ cm}, \end{aligned}$$

ou seja,

$$x = 200.000.000 \text{ cm}.$$

Por fim, obtemos a escala do mapa questão, através de simplificação de fração:

$$8 : 200.000.000 = 1 : 25.000.000 .$$

Dessa forma, concluímos que a escala utilizada foi de 1 : 25.000.000 .

Resposta correta: **alternativa E**.

- Comentário

O enunciado é claro.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

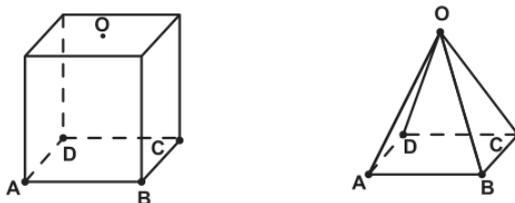
Nenhum. Apenas escala numérica e simplificação de frações.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 144

Comentários e resolução por Matheus Cunha Mota

Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.



Os pontos A, B, C, D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas AD, BC, AB e CD , nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos.

Os formatos dos sólidos descartados são

- a) todos iguais.
- b) todos diferentes.
- c) três iguais e um diferente.
- d) apenas dois iguais.
- e) iguais dois a dois.

➤ Resolução

Imagine ou desenhe os dois primeiros cortes, de O para AD em seguida de O para BC , e note que os sólidos formados S_1, S_2 são congruentes. Continuando com os dois últimos cortes, obtemos os sólidos S_3, S_4 também congruentes entre si. Mas S_1, S_2 não são congruentes aos sólidos S_3, S_4 .

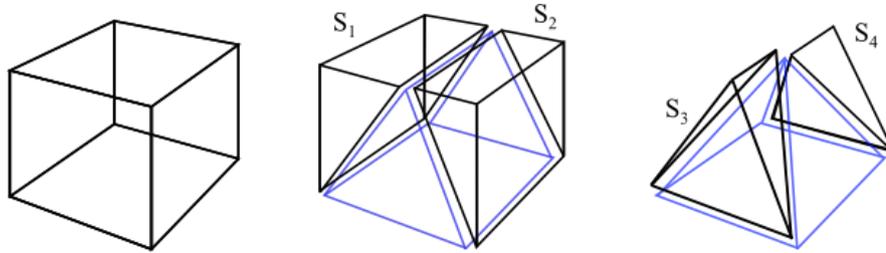


Ilustração dos cortes no cubo.

Desse modo os formatos dos sólidos descartados são iguais dois a dois.

Resposta correta: **alternativa E**.

➤ Comentário

A contextualização desse problema é bem vinda, pois, incita o candidato a imaginar o processo de produção da peça, o que pode lhe encaminhar diretamente para a solução correta.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Visualização geométrica. Sólidos geométricos.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 145

Comentários e resolução por Michell Lucena Dias

Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia em um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18

9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

- a) 17°C, 17°C e 13,5°C.
- b) 17°C, 18°C e 13,5°C.
- c) 17°C, 13,5°C e 18°C.
- d) 17°C, 18°C e 21,5°C.
- e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C.

➤ Resolução

Nosso objetivo nesta questão é encontrar a média, a mediana e a moda para esta tabela de dados. Observe primeiramente que em todas as alternativas, temos que a média é igual a 17°C. Logo, não é necessário calculá-la. Para os outros itens, a melhor escolha é utilizar um rol de dados, minimizando a possibilidade de erros de contagem.

13,5 - 13,5 - 13,5 - 13,5 - 14 - 15,5 - 16 - 18 - 18 - 18,5 - 19,5 - 20 - 20 - 20 - 21,5

De imediato, temos que a moda é 13,5, pois este valor se repete quatro vezes. Portanto, ficamos entre as alternativas A e B. Para o cálculo da mediana, observe que o rol possui 15 dados (quantidade ímpar). Assim, a posição m em que se encontra a mediana será

$$m = \frac{15 + 1}{2} = 8.$$

Logo, a mediana será o valor na posição $x_m = x_8 = 18$.

Resposta correta: **alternativa B.**

➤ Comentário

De fato, questões que envolvem noções de estatística são genuínas do Ensino Médio. No entanto, este tema vem sendo abordado predominantemente na sua forma mais elementar. Não há aprofundamento do assunto ou mesmo uma situação-problema que a torne mais elaborada ou mais seletiva.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

DICA PET-MATEMÁTICA-UFCCG:
 UTILIZAR O ROL É A MANEIRA
 MAIS EFICAZ DE TRABALHAR
 COM TABELAS DE FREQUÊNCIA!

Noções básicas de estatística.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 146

Comentários e resolução por Paulo Ferreira Filho

Para uma atividade realizada no laboratório de Matemática, um aluno precisa construir uma maquete da quadra de esportes da escola que tem 28 m de comprimento por 12 m de largura. A maquete deverá ser construída na escala de 1 : 250. Que medidas de comprimento e largura utilizará na construção da maquete?

- a) 4,8 e 11,2
- b) 7,0 e 3,0
- c) 11,2 e 4,8
- d) 28,0 e 12,0
- e) 30,0 e 70,0.

- Resolução

Temos as seguintes informações:

Largura: $L = 12 \text{ m} = 1200 \text{ cm}$;

Comprimento: $C = 28 \text{ m} = 2800 \text{ cm}$.

Como a escala é de 1 : 250, as medidas da largura L_m e do comprimento C_m , na maquete, deverão ser:

$$L_m = \frac{L}{250} = \frac{1200}{250} = 4,8 \text{ cm}$$

e

$$C_m = \frac{C}{250} = \frac{2800}{250} = 11,2 \text{ cm} .$$

Resposta correta: **alternativa C.**

- Comentário

O enunciado da questão é bem escrito e de fácil compreensão.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum.

- Grau de dificuldade: fácil.

DICA PET-MATEMÁTICA UFPG:

Como nessas escalas as medidas estão sempre em centímetros, é necessário converter todas as dimensões envolvidas no problema para esta unidade. Nesta questão utilizamos o fator de conversão: $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$.

Questão 147

Comentários e resolução por Alan de Araújo Guimarães

A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

- a) pirâmide
- b) semiesfera
- c) cilindro
- d) tronco de cone
- e) cone

➤ Resolução

Por inspeção, vemos que a sombrinha da figura é mais bem representada por um cone.

Alternativa correta: **alternativa E.**

➤ Comentário

Questão muito simples que requer, apenas, o conhecimento do conceito de cone.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 148

Comentários e resolução por André Ramalho

Em 2010, um caos aéreo afetou o continente europeu, devido à quantidade de fumaça expelida por um vulcão na Islândia, o que levou ao cancelamento de inúmeros voos.

Cinco dias após o início desse caos, todo o espaço aéreo europeu acima de 6000 metros estava liberado, com exceção do espaço aéreo da Finlândia. Lá, apenas voos internacionais acima de 31 mil pés estavam liberados.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>. Acesso em: 21 abr. 2010 (adaptado).

Considere que 1 metro equivale a aproximadamente 3,3 pés.

Qual a diferença, em pés, entre as altitudes liberadas na Finlândia e no restante do continente europeu cinco dias após o início do caos?

- a) 3 390 pés.
- b) 9 390 pés.
- c) 11 200 pés.
- d) 19 800 pés.
- e) 50 800 pés.

➤ Resolução

Em primeiro lugar, devemos descobrir quanto vale 6000 *m* em pés. A esse propósito utilizaremos o fator de conversão (1 *m* = 3,3 *pés*) dado no enunciado, da seguinte forma:

$$6000m = 6000m \frac{3,3pés}{1m} = (6000 \cdot 3,3)pés = 19800 \text{ pés.}$$

Agora, só resta realizar a subtração:

$$31.000 \text{ pés} - 19.800 \text{ pés} = 11.200 \text{ pés.}$$

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

O enunciado é claro e possui poucas informações desnecessárias.

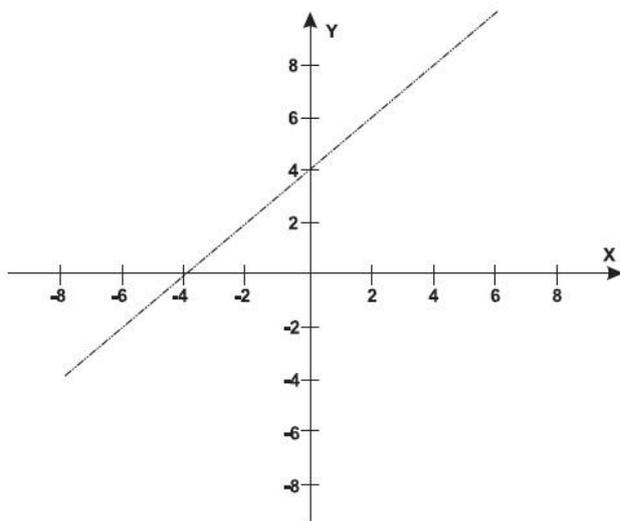
➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 149.

Comentários e resolução por Arthur Cavalcante Cunha



Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.

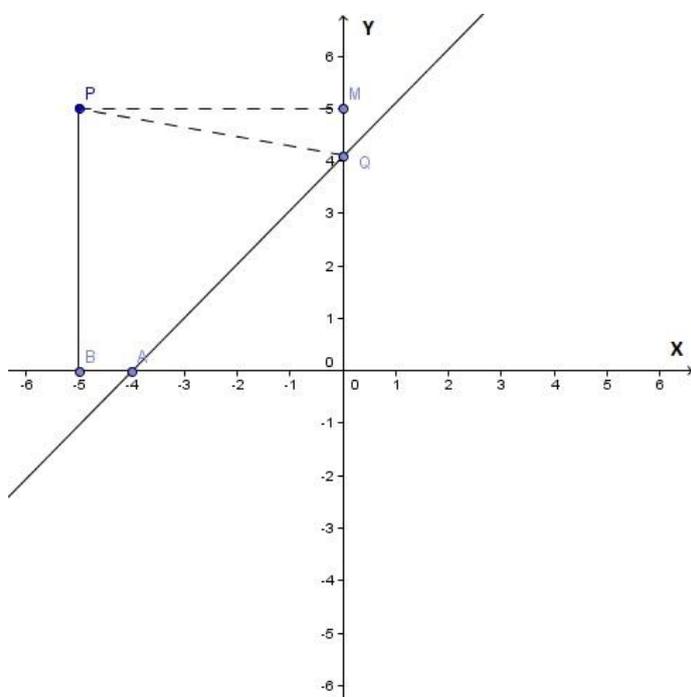
A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto $P = (-5, 5)$, localiza-se

um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

- a) $(-5, 5)$;
- b) $(-3, 1)$;
- c) $(-2, 1)$;
- d) $(0, 4)$;
- e) $(2, 6)$.

➤ Resolução



Se analisarmos as possíveis alternativas, veremos que apenas os pontos $(-3, 1)$, $(0, 4)$ e $(2, 6)$ pertencem à reta $y = x + 4$. Como a estação deve estar sobre o provável percurso da linha do metrô, então os únicos pontos possíveis disto acontecer são os já citados acima.

Agora, observe o triângulo retângulo PQM da figura, onde $P = (-5, 5)$, $M = (0, 5)$ e $Q = (0, 4)$. A distância de P a M é igual a 5. Do fato de PQM ser um triângulo retângulo, podemos concluir que o lado PQ ,

hipotenusa do triângulo, é maior do que o lado PM . Ou seja, $PQ > PM = 5$. De maneira análoga, concluímos que a distância de P a $N = (2, 6)$ é maior do que 5. Portanto, por exclusão, o ponto $(-3, 1)$ está a uma distância menor do que 5 quilômetros do hospital.

Resposta correta: **alternativa B.**

➤ Comentário

Nesta questão temos a particularidade de que as alternativas, de certa forma, fazem parte do enunciado. A princípio, ela parece ter uma resolução um pouco trabalhosa, pois o candidato pode pensar que vai ter que utilizar a fórmula de distância entre pontos e fazer muitas contas. Porém, ela pode ser resolvida apenas com uma boa análise do gráfico, sem deixar de ser uma questão com um bom nível.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

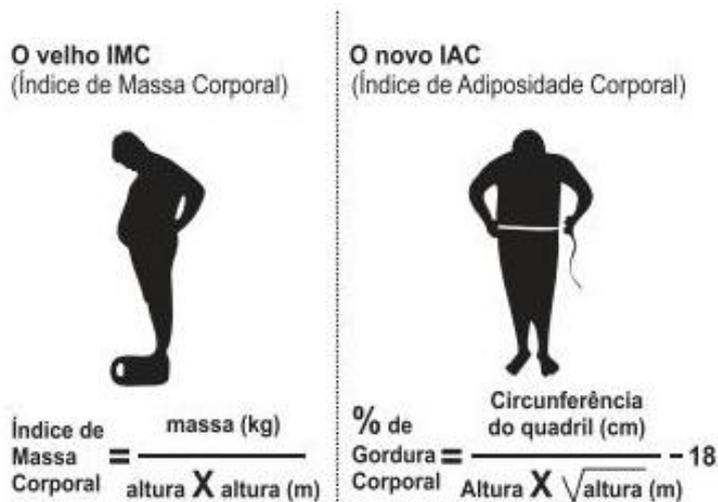
Geometria Analítica.

- Grau de dificuldade: média.

Questão 150

Comentários e resolução por Wuallison Firmino dos Santos

O Índice de Massa Corporal (IMC) é largamente utilizado há cerca de 200 anos, mas esse cálculo representa muito mais a corpulência que a adiposidade, uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Uma nova pesquisa aponta para o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) como uma alternativa mais fidedigna para quantificar a gordura corporal, utilizando a gordura corporal, a medida do quadril e a altura. A figura mostra como calcular essas medidas, sabendo-se que em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%.



Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>. Acesso em: 24 abr. 2011(adaptado).

Uma jovem com $IMC = 20 \text{ kg/m}^2$, 100 cm de circunferência dos quadris e 60 kg de massa corpórea resolveu averiguar seu IAC , para se enquadrar aos níveis de normalidade de gordura corporal, a atitude adequada que essa jovem deve ter diante da nova medida é

- reduzir seu excesso de gordura em cerca de 1%.
- reduzir seu excesso de gordura em cerca de 27%.
- manter seus níveis atuais de gordura.
- aumentar seu nível de gordura em cerca de 1%.
- aumentar seu nível de gordura em cerca de 27%.

(Use $\sqrt{3} = 1,7$ e $\sqrt{1,7} = 1,3$)

- Resolução

$$IMC = 20 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Circunferência dos Quadris} = 100 \text{ cm}$$

$$\text{Massa} = 60 \text{ kg}$$

Chamaremos a altura de h . Temos:

$$\text{Índice de Massa Corporal} = \frac{\text{massa}(kg)}{\text{altura} \times \text{altura}}.$$

Assim,

$$20 = \frac{60}{h^2} \Rightarrow h^2 = \frac{60}{20} \Rightarrow h^2 = 3 \Rightarrow h = \sqrt{3} \Rightarrow h = 1,7 \text{ m}.$$

(Como a $h > 0$, só consideramos a raiz positiva de $h^2 = 3$). Além disso,

$$\% \text{ Gordura Corporal} = \frac{\text{Circunferência do quadril}(cm)}{\text{Altura} \times \sqrt{\text{altura}}(m)} - 18,$$

ou seja,

$$IAC(\%) = \frac{100}{1,7 \cdot \sqrt{1,7}} - 18 = \frac{100}{1,7 \cdot 1,3} - 18 = \frac{100}{2,21} - 18 = \frac{100 - 39,78}{2,21} = \frac{60,22}{2,21} \Rightarrow$$

$$IAC \approx 27 \%.$$

Logo, como a média normal entre mulheres é 19% e 26%, ela deve reduzir pelo menos 1% do seu excesso de gordura.

Resposta correta: **alternativa A**.

➤ Comentário

O enunciado está bem elaborado, resta ao estudante fazer uma boa leitura e interpretação para compreender como chegar à resolução.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum; apenas operações com Números decimais.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 151

Comentários e resolução por Juarez Cavalcante Brito Júnior



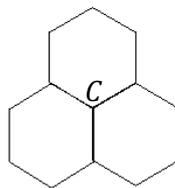
Disponível em:
<http://www.diaadia.pr.gov.br>. Acesso
 em: 28 abr. 2010.

O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno do seu centro, de

- A) 45°
- B) 60°
- C) 90°
- D) 120°
- E) 180°

➤ Resolução

Observe que o polígono que dá forma a calçada citada na questão é formado por três hexágonos regulares, como na figura abaixo:



Os ângulos com vértice no centro C são congruentes e cada um deles mede:

$$\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ.$$

Assim, o polígono que dá forma a calçada é invariante por rotações de 120° em torno do seu centro.

Resposta correta: **alternativa D**

➤ Comentário

Questão de enunciado claro e fácil, não exigindo muito esforço de interpretação por parte do leitor.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:

Geometria Plana.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 152

Comentários e resolução por Geovany Fernandes Patricio

Observe as dicas para calcular a quantidade certa de alimentos e bebidas para as festas de fim de ano:

- Para o prato principal, estime 250 gramas de carne para cada pessoa.
- Um copo americano cheio de arroz rende o suficiente para quatro pessoas.
- Para a farofa, calcule quatro colheres de sopa por convidado.
- Uma garrafa de vinho serve seis pessoas.

- Uma garrafa de cerveja serve duas pessoas.
- Uma garrafa de espumante serve três convidados.

Quem organiza festas faz esses cálculos em cima do total de convidados, independente do gosto de cada um.

Um anfitrião decidiu seguir essas dicas ao se preparar para receber 30 convidados para a ceia de Natal. Para seguir essas orientações à risca, o anfitrião deverá dispor de

- a) 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.
- b) 120 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.
- c) 75 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.
- d) 7,5 kg de carne, 7 copos americanos, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 30 de cerveja e 10 de espumante.
- e) 7,5 kg de carne, 7 copos americanos e meio de arroz, 120 colheres de sopa de farofa, 5 garrafas de vinho, 15 de cerveja e 10 de espumante.

➤ Resolução

Se 250g servem 1 pessoa, então 7500g servem 30 pessoas. Um copo cheio de arroz serve quatro pessoas, então 7 copos e meio servem 30 pessoas, como quatro colheres de sopa de farofa servem 1 convidado, então 120 colheres servirão 30 convidados, uma garrafa de vinho serve seis pessoas, assim 5 garrafas de vinho servirão 30 pessoas, uma garrafa de cerveja serve duas pessoas, portanto 15 garrafas irão servir 30 convidados, uma garrafa de espumante serve três convidados, logo 10 garrafas de espumante servem 30 convidados.

Resposta correta: **alternativa E.**

➤ Comentário

Questão de fácil entendimento, pois não utiliza de muitas palavras técnicas.

➤ Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão

Nenhum. Apenas noções básicas de proporção.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

DICA PET-MATEMÁTICA UFCG:
Fazer a proporção para a quantidade de convidados que é pedida.

Questão 153

Comentários e resolução por Maciene Reis

A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: <http://www.obmep.org.br>. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhas de ouro da região Nordeste?

- a) 14,6%
- b) 18,2%
- c) 18,4%
- d) 19,0%
- e) 21,0%

➤ Resolução

A questão requer o percentual médio de medalhas de ouro na região Nordeste. Notamos que os resultados das edições de 2005 a 2009 da OBMEP, encontrados na tabela, já estão em valores percentuais. Com isto, nos resta apenas calcular a média aritmética \bar{y} dos valores correspondentes ao percentual de medalhas de ouro dessa região. Então,

$$\bar{y} = \frac{18\% + 19\% + 21\% + 15\% + 19\%}{5} = \frac{92\%}{5} = 18,4\% .$$

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

Observa-se que o enunciado desta questão é muito claro, não apresentado maiores dificuldades em sua interpretação, especialmente, no tocante aos dados estatísticos expostos. Por isso, espera-se que o candidato apresente um raciocínio lógico no momento da resolução.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

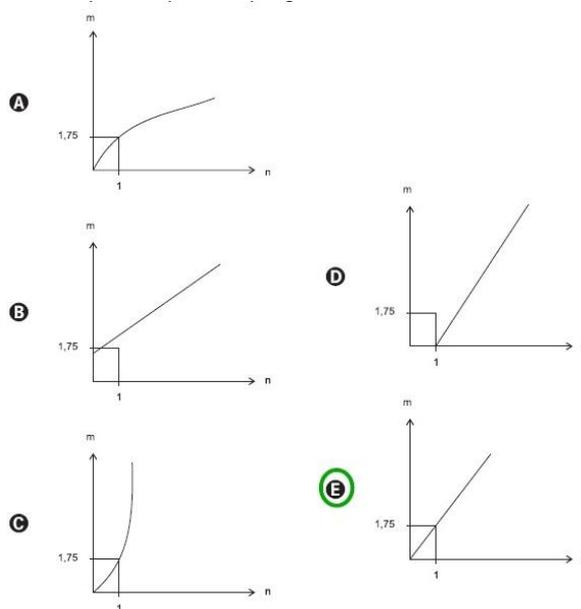
Noções básicas de Estatística: Média Aritmética.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 154

Comentários e resolução por Sandra Maria Diniz Silva

As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R\$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é:



- Resolução

Com as informações do enunciado, calcula-se m em função de n da seguinte forma:
 $m = F(n) = 1,75 \cdot n$. O gráfico da F é uma reta, pois trata-se de uma função afim.

DICA PET-MATEMÁTICA UFPG:

Já que o gráfico é representado por uma reta podemos eliminar as alternativa A e C.

A alternativa B exprime $n = 0$ correspondendo com $m \cong 1,75$, enquanto na letra D o valor $n = 1$ com $m = 0$, o que, em ambos os casos, contradiz o enunciado.

$$F(n) = 1,75 \cdot n \Rightarrow F(1) = 1,75 \cdot 1 \Rightarrow F(1) = 1,75.$$

Resposta correta: **alternativa E.**

➤ Comentário

Esta questão é muito bem elaborada, embora tenha algumas informações desnecessárias.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Gráfico de função.

➤ Grau de dificuldade: médio.

Questão 155

Comentários e resolução por Matheus Cunha Mota

Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
Poupança	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é

- a) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- b) a poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- c) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- d) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.
- e) o CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

➤ Resolução

O problema pede para encontrar qual o maior de dois números. Fazendo as contas, ao aplicar os R\$ 500,00 na poupança o investidor receberá, ao final de um mês,

$$500 + \frac{0,560}{100} \cdot 500 = 500 + 5 \cdot 0,560 = 502,8.$$

Por outro lado, se o jovem investidor aplicar a quantia no CDB receberá após um mês

$$500 + \frac{0,876}{100} \cdot 500 - \frac{4}{100} \left(\frac{0,876}{100} \cdot 500 \right) = 504,2048.$$

Então, certamente o negócio mais vantajoso para o jovem é investir no CDB. A Alternativa mais próxima dessa quantia é R\$ 504,21.

Resposta correta: **alternativa D.**

- Comentário

O enunciado dessa questão está adequado, já que não é tão longo quanto os outros e tem o mérito de ser informativo.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum. O conhecimento necessário é porcentagem, um assunto do ensino fundamental.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 156

Comentários e resolução por Michell Lucena Dias

Como fica a tarifa			
Residencial			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
140	R\$ 71,04	R\$ 64,75	R\$ 6,29
185	R\$ 93,87	R\$ 85,56	R\$ 8,32
350	R\$ 177,60	R\$ 161,86	R\$ 15,74
500	R\$ 253,72	R\$ 231,24	R\$ 22,48
Baixa renda			
Consumo Mensal (kWh)	Antes	Depois	Economia
30	R\$ 3,80	R\$ 3,35	R\$ 0,45
65	R\$ 11,53	R\$ 10,04	R\$ 1,49
80	R\$ 14,84	R\$ 12,90	R\$ 1,94
100	R\$ 19,31	R\$ 16,73	R\$ 2,59
140	R\$ 32,72	R\$ 28,20	R\$ 4,53

Fonte: Celpe

Diário de Pernambuco. 28 abr. 2010 (adaptado).

A tabela compara o consumo mensal, em *kWh*, dos consumidores residenciais e dos de baixa renda, antes e depois da redução da tarifa de energia no estado de Pernambuco.

Considere dois consumidores: um que é de baixa renda e gastou 100 *kWh* e outro do tipo residencial que gastou 185 *kWh*. A diferença entre o gasto desses consumidores com 1 *kWh*, depois da redução da tarifa de energia, mais aproximada, é de

- a) R\$ 0,27. b) R\$ 0,29. c) R\$ 0,32. d) R\$ 0,34. e) R\$ 0,61.

- Resolução

Para resolvermos esta questão, devemos anteriormente encontrar os valores pagos em 1 *kWh* por um consumidor de baixa renda (que gastou 100 *kWh*) e por um residencial (que gastou 185 *kWh*) depois da redução da tarifa. Posteriormente, calculamos a diferença entre esses valores. Utilizando regra de três simples, para o primeiro caso, temos que

$$\begin{aligned} 100 \text{ kWh} &\rightarrow \text{R\$ } 16,73 \\ 1 \text{ kWh} &\rightarrow x. \end{aligned}$$

Logo,

$$x = \frac{16,73}{100} = 0,1673 \text{ R\$/kWh.}$$

Analogamente, para o segundo caso,

$$\begin{aligned} 185 \text{ kWh} &\rightarrow \text{R\$ } 85,56 \\ 1 \text{ kWh} &\rightarrow y. \end{aligned}$$

Assim,

$$y = \frac{85,56}{185} = 0,4624 \text{ R\$/kWh}.$$

Portanto,

$$y - x = 0,4624 - 0,1673 \approx 0,29.$$

Resposta correta: **alternativa B**.

- Comentário

Na tentativa de relacionar a matemática com situações habituais, as questões de matemática da prova do ENEM muitas vezes sacrificam a objetividade em virtude da extensão de seus enunciados. No entanto, esta questão cumpre de forma sucinta o propósito de contextualizar e apresentar sem delongas o seu objetivo principal.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

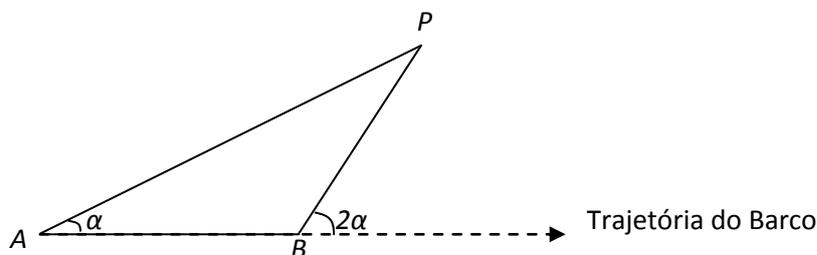
Nenhum. O candidato pode utilizar apenas regra de três simples para resolver esta questão.

- Grau de dificuldade: fácil.

QUESTÃO 157

Comentários e resolução por Paulo Ferreira Filho

Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: A partir do ponto A , mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido ele seguiu até o ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo de 2α . A figura ilustra essa situação:

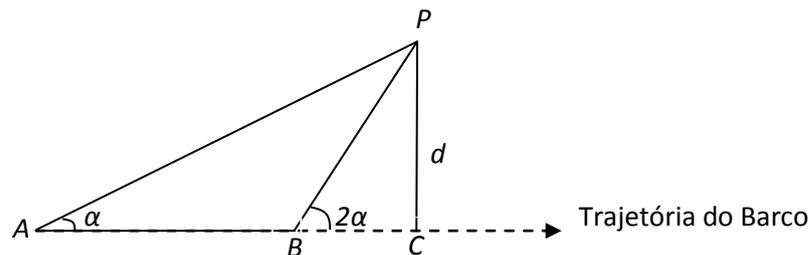


Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^\circ$, e ao chegar ao ponto B , verificou que o barco havia percorrido a distância $AB = 2000 \text{ m}$. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

- a) 1000 m.
- b) $1000\sqrt{3}$ m.
- c) $2000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.
- d) 2000 m.
- e) $2000\sqrt{3}$ m.

➤ Resolução

Queremos determinar a distância perpendicular d entre o barco, no ponto C , e a praia, no ponto P .



Considere a $\tan \alpha$ e $\tan 2\alpha$. Sabendo que $\alpha = 30^\circ$ e $AB = 2000$ m, temos:

$$\tan \alpha = \tan 30^\circ = \frac{d}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{d}{AB + BC} \quad (I)$$

$$\tan 2\alpha = \tan 60^\circ = \frac{d}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{d}{BC} \quad (II)$$

Da equação (II) vem que

$$BC = \frac{d}{\sqrt{3}}.$$

Substituindo este valor em (I), obtemos

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{d}{2000 + \frac{d}{\sqrt{3}}} \Rightarrow 3d = \sqrt{3} \left(2000 + \frac{d}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow 3d = 2000\sqrt{3} + d \Rightarrow d = 1000\sqrt{3} \text{ m}.$$

Resposta correta: **alternativa B.**

➤ Comentário

A questão tem um bom enunciado e é de fácil compreensão, além de possuir, a meu ver, uma contextualização interessante, diferente de muitos enunciados que possuem uma contextualização demasiadamente forçada para seu objetivo.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Trigonometria. Especificamente, a *tangente* de um ângulo em um triângulo retângulo. Tem-se também a resolução de um *sistema de duas equações lineares*.

Grau de dificuldade: médio.

Questão 158

Comentários e resolução por Alan de Araújo Guimarães

O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4 300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: <http://www.folha.uol.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano.

Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

- a) $y = 4300x$
- b) $y = 884905x$
- c) $y = 872005 + 4300x$
- d) $y = 876305 + 4300x$
- e) $y = 880605 + 4300x$

➤ Resolução

Como o incremento de trabalhadores é constante nos seis primeiros meses, sabemos que uma expressão que relaciona as grandezas x e y tem a forma $y = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$. Como o acréscimo de trabalhadores é de 4 300, segue que $a = 4\,300$. Além disso, sabemos que em fevereiro (quando $x = 2$) o número de trabalhadores é $y = 880\,605$. Daí:

$$880605 = 4300 \cdot 2 + b \Rightarrow b = 880605 - 8900 = 872005.$$

Logo, a expressão desejada é:

$$y = 872005 + 4300x.$$

Resposta correta: **Alternativa C.**

➤ Comentário

Questão condizente com os conhecimentos de um aluno que tenha feito um bom Ensino Médio; adequada ao estilo de prova do Enem.

➤ Grau de dificuldade: médio.

Comentários e resolução por André Ramalho

O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33000 passagens; em fevereiro, 34500; em março, 36000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes.

Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

- a) 38000
- b) 40500
- c) 41000
- d) 42000
- e) 48000

➤ Resolução

Podemos modelar essa questão através de uma progressão aritmética. O problema sugere que encontremos o sétimo termo de uma PA de razão $r = 1500$ cujo primeiro termo é $a_1 = 33.000$. Resolveremos o problema através da conhecida identidade

$$a_n = a_1 + r(n - 1).$$

Aplicando as informações extraídas do enunciado, temos:

$$a_7 = 33000 + (1500 \cdot 6) = 42000 \text{ passagens.}$$

Resposta correta: **alternativa D**.

➤ Comentário

Apesar de termos resolvido a questão utilizando o conceito de Progressão Aritmética, o problema poderia ter sido facilmente solucionado sem a utilização dessa ferramenta. Questões como esta induzem o aluno a desmerecer a importância da matemática por fazê-la parecer desnecessária.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Progressão Aritmética.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 160

Comentários e resolução por Arthur Cavalcante Cunha

O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R\$ 100 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 350 000,00, enquanto que a segunda cobrou R\$ 120 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.

Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

- a) $100n + 350 = 120n + 150$
- b) $100n + 150 = 120n + 350$
- c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$
- d) $100(n + 350.000) = 120(n + 150.000)$
- e) $350(n + 100.000) = 150(n + 120.000)$

➤ Resolução

Sejam f e g funções que determinam o valor a ser pago por quilômetro construído (n) de estrada. Sendo f a função que representa o valor cobrado pela primeira empresa e g a função que representa o valor cobrado pela segunda empresa, temos que f e g são dadas por

$$f(n) = 100.000n + 350.000 \quad (I)$$
$$g(n) = 120.000n + 150.000. \quad (II)$$

Assim, como queremos saber quantos quilômetros devem ser construídos de tal forma que o prefeito possa pagar o mesmo preço a qualquer uma das duas empresas que ganhe a licitação, temos apenas que igualar as equações (I) e (II). Desta forma, temos:

$$100.000n + 350.000 = 120.000n + 150.000 \Rightarrow 100n + 350 = 120n + 150.$$

Resposta correta: **alternativa A.**

➤ Comentário

Aqui temos uma questão típica do uso de função afim. Apesar de o enunciado ser direto e objetivo, o candidato deve prestar bastante atenção no que realmente está se pedindo na questão (o número n tal que o prefeito pode escolher qualquer uma das empresas, que mesmo assim pagaria o mesmo valor).

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Função Afim.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 161

Comentários e resolução por Wuallison Firmino dos Santos

Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido. Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R\$ 3800,00 gerado pela aplicação.

A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de

- a) R\$ 4 222,22.
- b) R\$ 4 523,80.

- c) R\$ 5 000,00.
- d) R\$ 13 300,00.
- e) R\$ 17 100,00.

➤ Resolução

Sejam M_1 o montante no primeiro mês, M_2 o montante no segundo mês e C o capital investido inicialmente. Então, no primeiro mês:

$$M_1 = C(1 - i) = C(1 - 0,3) = 0,7 \cdot C;$$

No segundo mês:

$$M_2 = 0,7C + 0,2 \cdot (0,3 \cdot C) = 0,76 \cdot C.$$

Assim,

$$3.800 = 0,76 \cdot C \Rightarrow C = \frac{3800}{0,76} \cdot C \Rightarrow C = 5\,000,00 \text{ reais}$$

DICA PET-MATEMÁTICA-UFCG:

Transforme 0,76 em fração, pois assim o cálculo ficará mais fácil.

Logo, a quantia inicial que ele aplicou foi de R\$ 5 000,00.

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 162

Comentários e resolução por Juarez Cavalcante Brito Júnior

Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km^2 de área. Quando não chove, o homem do sertão e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: <http://www.wwf.org.br>. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km^2 , é de

- a) 250
- b) 25
- c) 2,5
- d) 0,25
- e) 0,025

➤ Resolução

A densidade demográfica de uma região é a razão entre o número de habitantes e a área dessa região. Assim, a densidade demográfica da região coberta pela Caatinga é de

$$\frac{20.000.000}{800.000} = 25 \text{ hab}/Km^2$$

Resposta correta: **alternativa B.**

- Comentário

Questão de enunciado claro e fácil e não exige muito trabalho por parte do leitor.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

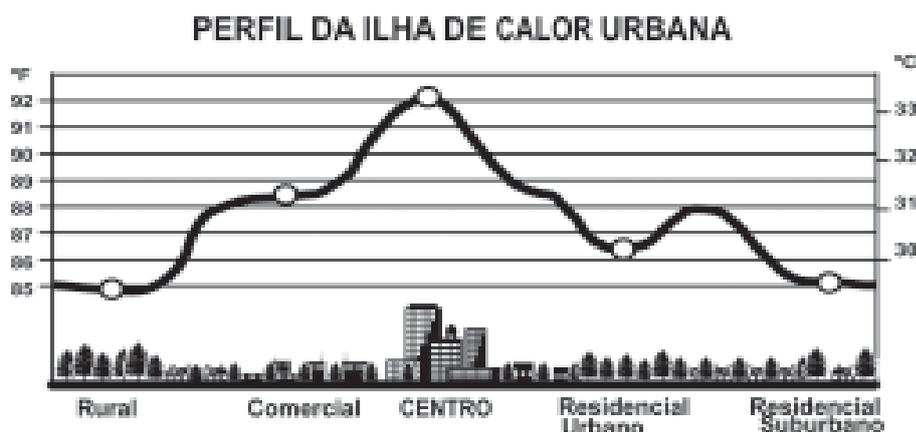
Na verdade, essa questão envolve conteúdos de Geografia do Ensino Médio, que é densidade demográfica. Na parte matemática, apenas divisão, conteúdo do ensino fundamental.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão163

Comentários e resolução por Geovany Fernandes Patricio

Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a $31^{\circ} C$. Tais temperaturas são representadas no gráfico:



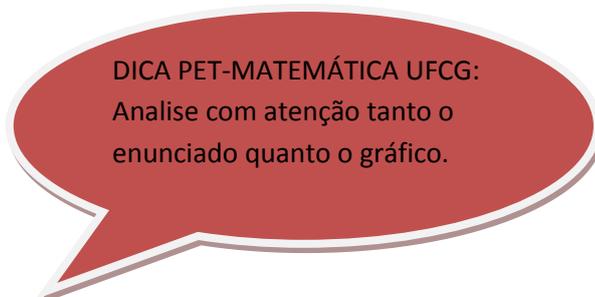
Fonte: EPA.

Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

- a) $1/5$
- b) $1/4$
- c) $2/5$
- d) $3/5$
- e) $3/4$

- Resolução

Já que ele não pode morar no centro, por recomendações médicas, restam as outras 4 regiões (rural, comercial, residencial urbano, residencial suburbano). Entretanto, ele deve se



estabelecer em um local com temperatura inferior à $31^{\circ}C$. Assim, só existem 3 áreas que se encaixam nessas normas e a probabilidade será de $3/4$.

Resposta correta: **alternativa E**.

- Comentário

O enunciado é claro, objetivo e de fácil entendimento. O gráfico dado na questão também é de simples compreensão.

- Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão

Probabilidade.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 164

Comentários e resolução por Maciene Reis

Muitas medidas podem ser tomadas em nossas casas visando à utilização racional de energia elétrica. Isso deve ser uma atitude diária de cidadania. Uma delas pode ser a redução do tempo no banho. Um chuveiro com potência de 4800 W consome $4,8\text{ kW}$ por hora.

Uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, quantos kW ?

- a) 0,8
- b) 1,6
- c) 5,6
- d) 11,2
- e) 33,6

- Resolução

Note que,

$$\text{Potência do chuveiro} = 4.800\text{ W e Consumo} = 4,8\text{ kW/h.}$$

Além disso, a pessoa gasta 20 min em dois banhos.

Considere N o consumo referente a 1 dia e M o consumo referente a 7 dias. Do enunciado da questão percebe-se que, o consumo é claramente proporcional ao tempo do banho, resultando, desta forma, em uma regra de três simples:

Consumo		Tempo
4,8	→	60 min
N	→	20 min,

$$N = 1,6 \text{ kW}.$$

Sendo assim, para encontrarmos M , que representa o período equivalente há uma semana (7 dias), exigido no enunciado, faremos

$$M = 7 \cdot 1,6 \text{ kW} \Rightarrow$$

$$M = 11,2 \text{ kW}.$$

Portanto, uma pessoa que toma dois banhos diariamente, de 10 minutos cada, consumirá, em sete dias, $11,2 \text{ kW}$.

Resposta correta: **alternativa D**.

- Comentário

Como podemos observar, este enunciado envolve apenas conteúdos simples de regra de três e, portanto, espera-se que seja facilmente compreendido pelo leitor.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão.

Nenhum.

- Grau de dificuldade: fácil.

QUESTÃO 165

Comentários e resolução por Sandra Maria Diniz Silva

A figura apresenta informações biométricas de um homem (Duílio) e de uma mulher (Sandra) que estão buscando alcançar seu peso ideal a partir das atividades físicas (corrida). Para se verificar a escala de obesidade, foi desenvolvida a fórmula que permite verificar o Índice de Massa Corporal (IMC). Esta fórmula é apresentada como $IMC = m/h^2$, onde m é a massa em quilogramas e h é altura em metros.

O PERFIL DOS NOVOS CORREDORES

DUILIO SABA 		SANDRA TESCARI 	
Idade	50 anos	Idade	42 anos
Altura	1,88 metro	Altura	1,70 metro
Peso	96,4 quilos	Peso	84 quilos
Peso ideal	94,5 quilos	Peso ideal	77 quilos

No quadro é apresentada a Escala de Índice de Massa Corporal com as respectivas categorias relacionadas aos pesos.

Escala de Índice de Massa Corporal	
CATEGORIAS	$IMC (Kg/m^2)$

Desnutrição	Abaixo de 14,5
Peso abaixo do normal	14,5 a 20
Peso normal	20 a 24,9
Sobrepeso	25 a 29,9
Obesidade	30 a 39,9
Obesidade mórbida	Igual ou acima de 40

Nova Escola. N° 172, maio 2004.

A partir dos dados biométricos de Duílio e Sandra e da Escala de *IMC*, o valor *IMC* e a categoria em que cada uma das pessoas se posiciona na Escala são

- Duílio tem o *IMC* 26,7 e Sandra tem o *IMC* 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.
- Duílio tem o *IMC* 27,3 e Sandra tem o *IMC* 29,1, estando ambos na categoria de sobrepeso.
- Duílio tem o *IMC* 27,3 e Sandra tem o *IMC* 26,6, estando ambos na categoria de sobrepeso.
- Duílio tem o *IMC* 25,6, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o *IMC* 24,7, estando na categoria de peso normal.
- Duílio tem o *IMC* 25,1, estando na categoria de sobrepeso, e Sandra tem o *IMC* 22,6, estando na categoria de peso normal.

➤ Resolução

Para calcular o valor do *IMC* utilizamos a fórmula contida no enunciado: $IMC = m/h^2$. Inicialmente, calculemos o *IMC* de Dúbio:

$$IMC_D = \frac{96,4}{(1,88)^2} = \frac{96,4}{3,5344}$$

$$= 96,4/3,53 \approx 27,3.$$

DICA PET-MATEMÁTICA UFCCG:

Para facilitar a divisão, podemos considerar $3,5344 \approx 3,53$.

Agora calculemos o *IMC* de Sandra:

$$IMC_S = \frac{84}{1,7^2} = \frac{84}{2,89}$$

$$= 29,06 \approx 29,1.$$

Por fim, analisando a escala apresentada na questão, concluímos que ambos estão na categoria de sobrepeso.

Resposta correta: **alternativa B.**

➤ Comentário

O enunciado é extenso devido às duas tabelas apresentadas. Além disso, note que contém alguns dados que não são úteis para a obtenção da solução.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:

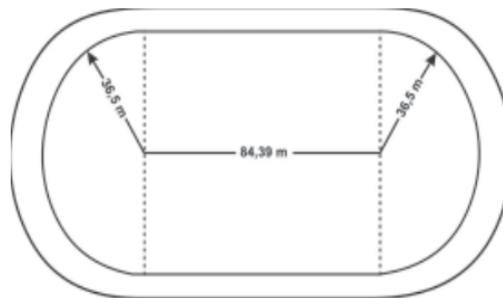
Nenhum. Apenas operações com decimais e potenciação.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 166

Comentários e resolução por Matheus Cunha Mota

O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de $9,76\text{ m}$. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência. Os dois semicírculos da pista são iguais.



BIEMBENGUT, M. S. *Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus*. 1990. Dissertação de Mestrado. IGCE/UNESP, Rio Claro, 1990 (adaptado).

Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?

- a) 1
- b) 4
- c) 5
- d) 7
- e) 8

➤ Resolução

Supondo que cada corredor está em sua própria raia, e não em um único ponto como diz o enunciado, o atleta beneficiado na corrida certamente é o da primeira raia. Pois, é

intuitivo se convencer que o comprimento da raia aumenta, à medida que se afasta do centro da pista. A alternativa correta é a letra a.

Para os que não estão convencidos, o comprimento da raia 1 em metros é

$$2 \cdot 84,39 + 2 \cdot \pi \cdot 36,5 \cong 398,12.$$

Enquanto que o comprimento em metros da raia 2 é no mínimo

$$2 \cdot 84,39 + 2 \cdot \pi \cdot (36,5 + 1,22) \cong 405,15.$$

O comprimento da raia n é dado pela função $f: \{0,1, \dots, 8\} \rightarrow \mathbb{R}$, cuja regra de associação é

$$f(n) = 168,78 + 2 \cdot \pi \cdot (36,5 + n \cdot 1,22).$$

Então certamente o comprimento é maior em faixas mais distantes do centro da pista, visto que f é uma função afim, com taxa de variação $a = 1,22 \cdot 2 \cdot \pi$ positiva e, portanto, f é uma função crescente. É claro, estamos supondo que a medida $f(n)$ do perímetro da raia n é tomada na borda mais próxima do centro da pista.

➤ Comentário

Apesar de supor que os atletas “partem do mesmo ponto”, o que não é possível, a contextualização desse problema é bem posta.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Não é necessário conhecimento específico, isto é, a questão pode ser resolvida intuitivamente. Contudo, para argumentar a solução é necessário o conceito de perímetro, um assunto do ensino fundamental.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 167

Comentários e resolução por Michell Lucena Dias

Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorro na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponde a

- a) 4 mil. b) 9 mil. c) 21 mil. d) 35 mil. e) 39 mil.

➤ Resolução

Para resolvermos esta questão, devemos supor que o acréscimo de internações de homens por *AVC* está na mesma proporção que o acréscimo de internações de mulheres nos próximos cinco anos.

Ora, se de 32 mil mulheres ocorrerá supostamente uma incidência de 8 mil a mais nos anos seguintes, então, por uma regra de três simples, temos

$$\begin{aligned} 32 \text{ mil} &\rightarrow 100 \% \\ 8 \text{ mil} &\rightarrow x. \end{aligned}$$

Daí, o acréscimo de internações femininas corresponde a $x = 25\%$ do número anterior. Consequentemente, o aumento de internações masculinas será dado por

$$\begin{aligned} 28 \text{ mil} &\rightarrow 100 \% \\ y &\rightarrow 25\% \end{aligned}$$

Portanto, $y = 7 \text{ mil}$. Assim, ao total de cinco anos, o número de internações de homens será de 28 mil mais a estimativa do acréscimo, isto é,

$$28 \text{ mil} + 7 \text{ mil} = 35 \text{ mil}.$$

Resposta correta: **alternativa D**.

➤ Comentário

A concisão deste enunciado se equivale ao grau de dificuldade exigido pra responder a questão. Fatalmente constata-se que a regra de três simples se tornou o principal tema da prova de matemática do ENEM 2011, o que é lamentável, pois subestima a capacidade intelectual dos candidatos culminando na desaprovação deste exame aos olhos da Matemática.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum. Para resolução desta questão basta utilizar regra de três simples, o qual é trabalhado no Ensino Fundamental.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 168

Comentários e resolução por Paulo Ferreira Filho

Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida). O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada. Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas. Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

- a) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.

- b) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
- c) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
- d) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.
- e) Caio, pois a soma que escolheu é a maior.

➤ Resolução

Estamos considerando aqui, que os eventos simples associados a este experimento não determinístico são igualmente verossímeis, isto é, a probabilidade de qualquer jogador acertar qualquer par de bolas é exatamente a mesma. Assumindo essa hipótese, terá mais chances quem tiver mais eventos simples a seu favor. Vejamos quantos são os casos favoráveis para cada jogador.

Arthur (Soma 12): $(1 + 11)$; $(2 + 10)$; $(3 + 9)$; $(4 + 8)$; $(5 + 7)$.

Bernardo (Soma 17): $(2 + 15)$; $(3 + 14)$; $(4 + 13)$; $(5 + 12)$; $(6 + 11)$; $(7 + 10)$; $(8 + 9)$.

Caio (Soma 22): $(7 + 15)$; $(8 + 14)$; $(9 + 13)$; $(10 + 12)$.

Como Bernardo tem mais situações ao seu favor, no caso 7, ele tem mais chances de ganhar o jogo.

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

Questão interessante e simples, mesmo que a princípio possa causar algum receio no candidato, já que a teoria das probabilidades é um assunto pouco valorizado em muitas escolas de ensino médio.

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:

Probabilidade.

- Grau de dificuldade: fácil.

DICA PET-MATEMÁTICA:

Sempre que estamos trabalhando com probabilidades é conveniente conhecer o espaço amostral e definir bem os eventos que usaremos. Neste caso, cada evento simples é representado por um par de bolas coloridas cujos valores são somados.

Se definirmos os eventos:

$A :=$ Arthur ganha o jogo;

$B :=$ Bernardo ganha o jogo;

$C :=$ Caio ganha o jogo,

obtemos as seguintes probabilidades para cada um:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{\binom{15}{2}} = \frac{5}{105},$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{7}{\binom{15}{2}} = \frac{7}{105}$$

e

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{4}{\binom{15}{2}} = \frac{4}{105}.$$

Como $P(C) < P(A) < P(B)$, concluímos que Bernardo tem mais chances de ganhar. Esta seria outra forma de justificar a resposta, calculando as probabilidades de cada jogador vencer a partida.

Questão 169

Comentários e resolução por Alan de Araújo Guimarães

É possível usar água ou comida para atrair as aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na hora de fazer uma mistura, você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la.

Ciência Hoje das Crianças. FNDE; Instituto Ciência Hoje, ano 19, n.166,mar.1996

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico, e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. A quantidade de água que deve ser utilizada na mistura é cerca de (utilize $\pi = 3$)

- a) 20 mL
- b) 24 mL
- c) 100 mL
- d) 120 mL
- e) 600 mL

➤ Resolução

Considerando-se um cilindro de raio da base r e altura h , seu volume é dado por:

$$V = (\pi r^2)h$$

Substituindo os valores apresentados no enunciado, segue que o volume da mistura no copo é:

$$V = (3 \cdot 2^2) \cdot 10 = 120 \text{ cm}^3 = 120 \text{ ml}.$$

Levando em conta que devemos colocar uma parte de açúcar para cinco partes de água, o volume de água nessa mistura será:

$$V_{\text{água}} = \frac{5}{6} \cdot 120 = 100 \text{ ml}.$$

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

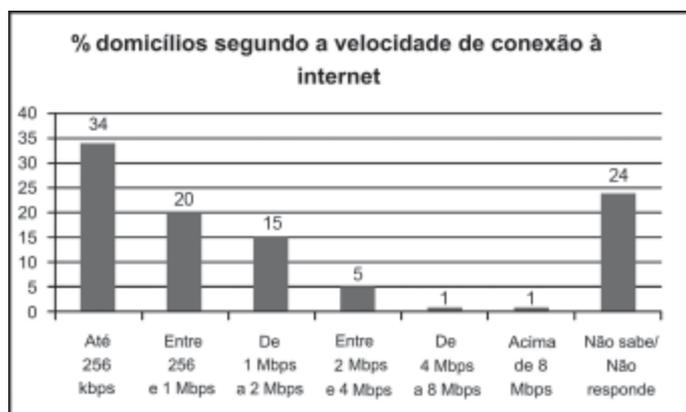
Nessa questão, o candidato deve estar atento e notar que é preciso considerar que para cada parte de açúcar há cinco partes de água; caso contrário, corre-se o risco de marcar a alternativa d errando a questão.

➤ Grau de dificuldade: médio.

Questão 170

Comentários e resolução por André Ramalho

O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultados da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

- a) 0,45
- b) 0,42
- c) 0,30
- d) 0,22
- e) 0,15

➤ Resolução

Devemos entender que ter conexão de pelo menos 1 *Mbps* significa ter uma conexão de 1 *Mbps* ou mais. Analisando o gráfico, podemos observar que 22% dos domicílios pesquisados satisfazem essa condição. Logo, a chance procurada é de 0,22.

Resposta correta: **alternativa D**.

➤ Comentário

O enunciado é claro e o problema proposto exige pouco do aluno.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Probabilidade e Interpretação de Gráfico

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 171

Comentários e resolução por Arthur Cavalcante Cunha

Todo o país passa pela primeira fase da campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização “deve mudar”, no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Disponível em: <http://img.terra.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

- a) 8%
- b) 9%
- c) 11%
- d) 12%
- e) 22%

➤ Resolução

Considere o seguinte evento,

$E :=$ a pessoa escolhida é portadora de doença crônica .

Logo, $n(E) = 22$, onde $n(E)$ é o número de elementos do evento E . Sendo Ω nosso espaço amostral, temos que o número de elementos de Ω é

$$n(\Omega) = 42 + 22 + 56 + 30 + 50 = 200.$$

Assim, a probabilidade do evento E ocorrer é de

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{22}{200} = \frac{11}{100} = 0,11 = 11\% .$$

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

Enunciado com muitas informações desnecessárias: “Segundo um médico...”; “Com a vacina...”; “...já matou mais de 17 mil...”.

Os únicos dados importantes para a resolução da questão estão presentes na tabela apresentada acima.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Probabilidade

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 172

Comentários e resolução por Wuallison Firmino dos Santos

Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade q de produtos é dado por uma função, simbolizada por CT , enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade q também é uma função, simbolizada por FT . O lucro total (LT) obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão $LT(q) = FT(q) - CT(q)$.

Considerando-se as funções $FT(q) = 5q$ e $CT(q) = 2q + 12$ como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

- a) 0
- b) 1
- c) 3
- d) 4
- e) 5

➤ Resolução

Tem-se:

$$LT(q) = FT(q) - CT(q) \Rightarrow$$

$$LT(q) = 5q - (2q + 12).$$

Se não desejamos que a indústria tenha prejuízo, deve-se ter $LT(q) \geq 0$. Assim,

$$5q - 2q - 12 \geq 0 \Rightarrow$$

$$3q \geq 12 \Rightarrow$$

$$q \geq 4,$$

ou seja, a indústria deverá fabricar a quantidade mínima de 4 produtos.

Resposta correta: **alternativa D**.

➤ Comentário

Esta questão é mais um exemplo de contextualização forçada e sem muito sentido.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

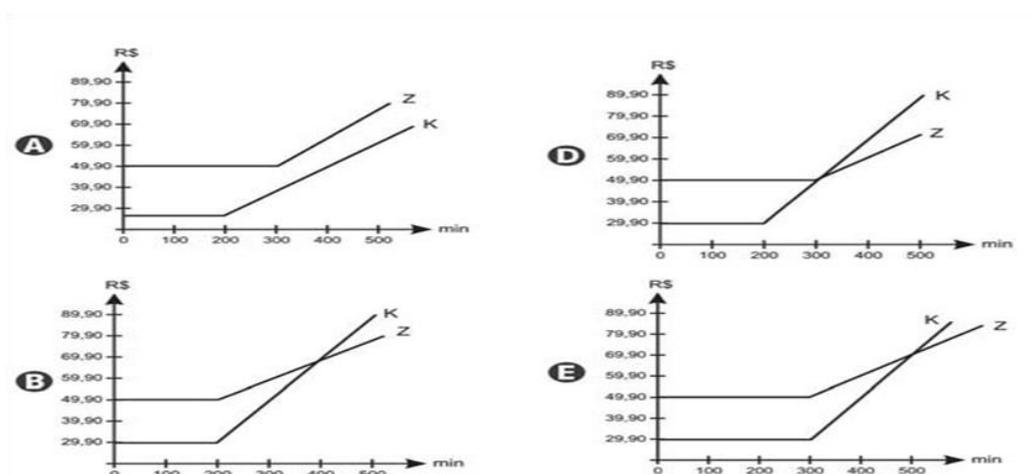
Noções de função afim. No mais, apenas interpretação e simples manipulações algébricas.

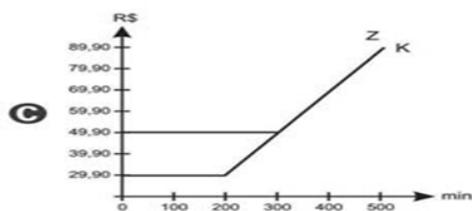
➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 173

Comentários e resolução por Juarez Cavalcante Brito Júnior

Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano *K*, o cliente paga R\$ 29,90 por 200 minutos mensais e R\$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano *Z*, paga R\$ 49,90 por 300 minutos mensais e R\$ 0,10 por cada minuto excedente. O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é





➤ Resolução

Observe que, pelos dados apresentados na questão, já podemos eliminar as alternativas B e E, pois contradizem os dados apresentados.

Note que se um cliente que utiliza o plano *K* exceder 100 minutos, ele pagará R\$ 20,00 a mais em sua conta, pois para cada minuto excedente pagará R\$ 0,20. Logo, o total será R\$ 49,90. Assim, tanto no plano *K* como no plano *Z*, os clientes que consumirem 300 minutos mensais pagarão o valor de R\$ 49,90. Isso significa que os gráficos que representam os dois planos se intersectam no ponto (300; 49,90).

O gráfico da alternativa C mostra que após 300 minutos o cliente pagará o mesmo valor da taxa nos dois planos, o que não é verdadeiro.

Portanto, o gráfico da alternativa D é o que melhor representa a situação da questão.

Resposta correta: **Alternativa D.**

➤ Comentário

Questão de enunciado claro e de fácil interpretação. Além disso, observa-se que esta questão mostra-se bem interessante no ponto de vista de captar a noção do candidato sobre a interpretação de gráficos, fazendo para isso, uma contextualização com situações do cotidiano.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

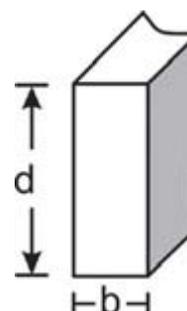
Nenhum. Apenas interpretação de gráficos.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 174

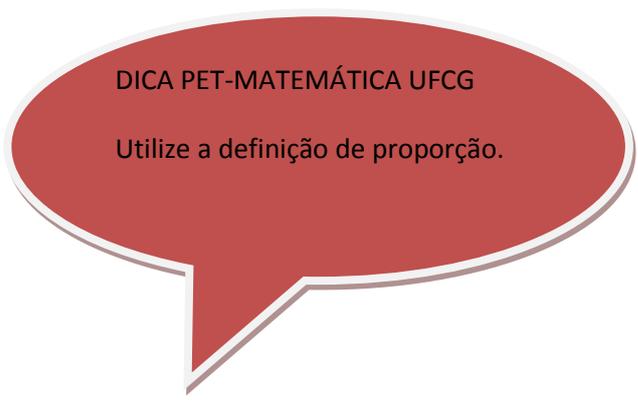
Comentários e resolução por Geovany Fernandes Patricio

A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura (*b*) e ao quadrado da altura (*d*), conforme a figura. A constante de proporcionalidade *k* varia de acordo com o material utilizado na sua construção.



Considerando-se S como resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é

- a) $S = k \cdot b \cdot d$
- b) $S = b \cdot d^2$
- c) $S = k \cdot b \cdot d^2$
- d) $S = \frac{k \cdot b}{d^2}$
- e) $\frac{k}{b} \cdot d^2$



➤ Resolução

Segundo o enunciado temos que $S = k \cdot b \cdot d^2$.

➤ Comentário

Enunciado com palavras técnicas e que necessita de certa atenção para melhor compreendê-lo.

- Tópicos específicos do ensino médio abordado na questão.

Nenhum. Só é utilizada a definição de proporcionalidade.

- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 175

Comentários e resolução por Maciene Reis

Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre.

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305

12	1,426
----	-------

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá

- a) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
- b) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
- c) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
- d) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
- e) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

➤ Resolução

Se quisermos o investimento com maior rentabilidade anual, devemos calcular o montante M para cada um deles, após 1 ano (12 meses, 2 semestres).

Chamemos de y , o valor investido (capital). A seguir, veremos a fórmula para o cálculo de juros compostos:

$$M = y \cdot (1 + i)^t,$$

onde i é a taxa de juros e t é o tempo.

Como o montante M está em função do tempo para cada investimento anual, teremos os seguintes dados:

Investimento A: $i = 3\%$ ao mês, $t = 12$ meses.

$$3\% = \frac{3}{100} = 0,03.$$

Assim,

$$M = y \cdot (1 + 0,03)^{12} \Rightarrow$$

$$M = 1,426y.$$

Investimento C: $i = 18\%$ semestral, $t = 2$ semestres.

$$18\% = \frac{18}{100} = 0,18.$$

Desse modo,

$$M = y \cdot (1 + 0,18)^2 \Rightarrow$$

$$M = 1,392y.$$

Passando esses montantes para valores percentuais, temos:

Para o investimento A,

$$1,426 - 1 = 0,426 = 42,6\% \text{ ao ano};$$

Para o investimento C,

$$1,392 - 1 = 0,392 = 39,2\% \text{ ao ano.}$$

Deste modo, comparando todos os investimentos em valores anuais, temos

$$42,6\% > 39,2\% > 36\%$$

Logo, podemos concluir que a rentabilidade do investimento A é maior que a rentabilidade dos investimentos B e C.

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

Trata-se de uma questão interessante, entretanto para que o candidato a compreenda melhor, é recomendável que o mesmo leia mais de uma vez, antes de começar a analisar os dados contidos nela.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Função Exponencial e Juros Compostos.

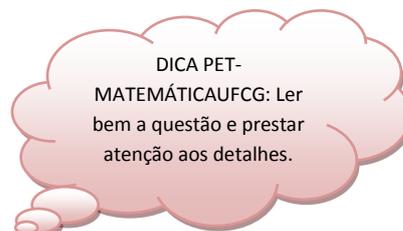
➤ Grau de dificuldade: médio.

Questão 176

Comentários e resolução por Sandra Maria Diniz Silva

O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares. Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75 913 é:

- a) 24
- b) 31
- c) 32
- d) 88
- e) 89



➤ Resolução:

Sabendo que a máquina gerou números com 5 algarismos distintos sem conter algarismos pares, conclui-se que só aparecem os dígitos 1, 3, 5, 7 e 9. Para sabermos qual é a posição do número 75 913, precisamos contar quantos números gerados pelo computador o antecedem. Façamos isso.

Números começados com 1:

$$1 _ _ _ _$$

Fixando o número 1 na casa das dezenas de milhar, podemos construir $4! = 24$ números menores que 75 913. De forma semelhante, fixando o 3 e depois o 5 como o primeiro dígito da esquerda para direita, obtemos $4! + 4! = 48$ números que atendem as condições do problema e são menores que 75 913.

Vamos realizar o mesmo procedimento com o número 7 fixado, só que agora dando atenção para as unidades de milhar.

Fixando o número 1 nas unidades de milhar:

$$71 _ _ _$$

Veja que, nesse caso, dispomos de 3 números para 3 posições. Então, temos um total de $3! = 6$. Analogamente, fixando o 3 como segundo dígito, teremos também $3! = 6$ números menores que 75 913.

Quando fixamos o número 5 nas unidades de milhar, precisamos prestar bastante atenção. Nem todos os números que têm 7 nas dezenas de milhar e 5 nas unidades de milhar são menores que 75 913. Vamos listar esses números:

$$75 \ 139; 75 \ 193; 75 \ 319; 75 \ 391; 75 \ 913 \text{ (número dado na questão).}$$

Assim, a posição em que número 75 913 se encontra é a:

$$24 + 48 + 6 + 6 + 5 = 89.$$

Resposta correta: **alternativa E.**

➤ Comentário

Uma questão bem elaborada, não tão simples e que requer do aluno certa capacidade de interpretação e atenção às informações.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão:

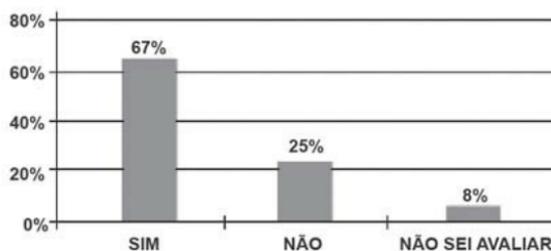
Análise combinatória.

➤ Grau de dificuldade: difícil.

Questão 177

Comentários e resolução por Matheus Cunha Mota

Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

- a) Menos de 23
- b) Mais de 23 e menos de 25
- c) Mais de 50 e menos de 75
- d) Mais de 100 e menos de 190
- e) Mais de 200

➤ Resolução

De acordo com o gráfico, 25% dos participantes responderam “NÃO” à enquete e, portanto, o número de internautas foi

$$\frac{25}{100} \cdot 279 = 69,75.$$

Tem-se $50 < 69,75 < 75$.

Resposta correta: **alternativa C.**

DICA: Com a devida cautela podemos arredondar 279 para 280 e assim ganhar tempo realizando operações mais simples e rápidas. Por exemplo, repare que $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ e um quarto de 280 é 70. Alternativamente, poderíamos fazer

$$\frac{25}{100} \cdot 279 \cong \frac{25}{100} \cdot 280 = \frac{25}{10} \cdot 28 = \frac{700}{10} = 70.$$

➤ Comentário

Enunciado longo e desnecessário para perguntar o que costuma ser um exemplo resolvido nos livros do ensino fundamental: “Quanto é 25% de 279?”.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum. O conhecimento necessário é porcentagem, um assunto do ensino fundamental.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

Questão 178

Comentários e resolução por Michell Lucena Dias

Estrelas da Sequência Principal

Classe Espectral	Temperatura	Luminosidade	Massa	Raio
O5	40 000	5×10^5	40	18
B0	28 000	2×10^4	18	7
A0	9 900	80	3	2.5
G2	5 770	1	1	1
M0	3 480	0,06	0,5	0,6

Temperatura em Kelvin.

Luminosidade, massa e raio, tomando o Sol como unidade.

Disponível em: <http://www.zenite.nu>. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

A cor de uma estrela tem relação com a temperatura em superfície. Estrelas não muito quentes (cerca de 3.000 K) nos parecem avermelhadas. Já as estrelas amarelas, como o Sol, possuem temperatura em torno dos 6.000 K; as mais quentes são brancas ou azuis porque sua temperatura fica a cima dos 10.000 K.

A tabela apresenta uma classificação espectral e outros dados para as estrelas dessas classes.

Se tomarmos uma estrela que tenha temperatura 5 vezes maior que a temperatura do Sol, qual será a ordem de grandeza de sua luminosidade?

- a) 20.000 vezes a luminosidade do Sol
- b) 28.000 vezes a luminosidade do Sol
- c) 28.850 vezes a luminosidade do Sol
- d) 30.000 vezes a luminosidade do Sol
- e) 50.000 vezes a luminosidade do Sol

➤ Resolução

Sendo a temperatura do sol em torno dos 6.000 K, temos que se uma estrela possuir temperatura 5 vezes maior do que esta, então será de 30.000 K. Assim, pela tabela, é imediato que a grandeza de luminosidade associada a este valor será de 2×10^4 vezes a luminosidade do Sol (pois é a unidade para esta medida).

Resposta correta: **alternativa A.**

➤ Comentário

Novamente podemos destacar a contextualização bem proposta, o qual os dados do enunciado são relevantes à resolução da questão. É lamentável, portanto, constatar que esta exige tão pouco do candidato, sobretudo, ao nível de Ensino Médio. Esta questão não contém nenhuma característica seletiva que exija do candidato uma linha de raciocínio lógico-dedutivo, e por isto, se enquadra perfeitamente ao contexto do Ensino Fundamental em suas séries mais básicas.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum. O candidato precisa estar atento apenas à tabela.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

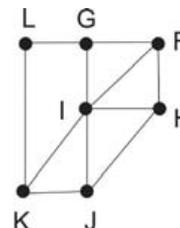
Questão 179

Comentários e resolução por Paulo Ferreira Filho

Um técnico em refrigeração precisa revisar todos os pontos de saída de ar de um escritório com várias salas.

Na imagem apresentada, cada ponto indicado por uma letra é a saída do ar, e os segmentos são as tubulações.

Iniciando a revisão pelo ponto K e terminando em F, sem passar mais de uma vez por cada ponto, o caminho será passando pelos pontos:



- a) K, I e F.
- b) K, J, I, G, L e F.
- c) K, L, G, I, J, H e F.
- d) K, J, H, I, G, L e F.
- e) K, L, G, I, H, J e F.

➤ **Resolução**

O caminho deve ser K, L, G, I, J e F. Essa questão poderia ser solucionada mediante checagem alternativa por alternativa, até que a correta fosse encontrada.

Resposta correta: **alternativa C.**

- Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum.

- Comentário

Não é necessário nenhum conhecimento matemático para resolução desta questão, portanto não deveria estar no exame.

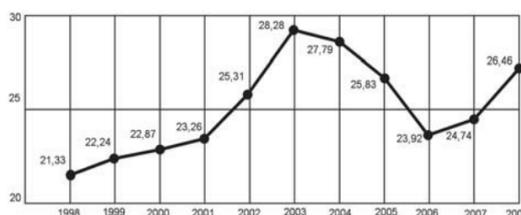
- Grau de dificuldade: fácil.

Questão 180

Comentários e resolução por Matheus Cunha Mota

O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização dos produtos.

O gráfico seguinte mostra a participação percentual do agronegócio no *PIB* brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). *Almanaque abril 2010*. São Paulo: Abril, ano 36 (adaptado).

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda na participação do agronegócio no *PIB* brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de

- a) 1998 e 2001.
- b) 2001 e 2003.
- c) 2003 e 2006.
- d) 2003 e 2007.
- e) 2003 e 2008.

➤ Resolução

Basta observar que o período de 2003 até 2006 é o único em queda, quando comparado às outras porções do gráfico.

Alternativamente, poderíamos proceder por eliminação de alternativas. Os períodos de 1998 a 2001 e de 2001 a 2003 foram de crescimento. O período de 2003 a 2007 não foi inteiramente de queda, assim como o de 2003 a 2008. Desse modo, excluímos as alternativas (a), (b), (d), e (e).

Resposta correta: **alternativa C.**

➤ Comentário

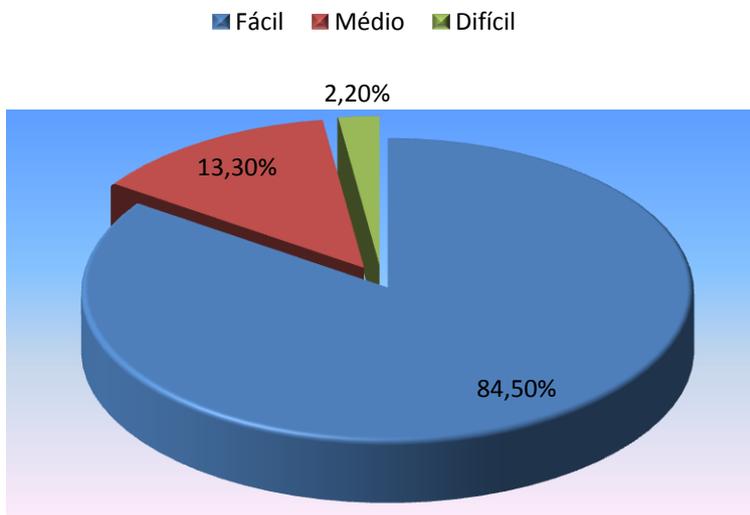
O enunciado dessa questão mostra que a habilidade do candidato em filtrar toda a informação irrelevante é avaliada até o último instante no Enem.

➤ Tópico específico do Ensino Médio abordado na questão

Nenhum.

➤ Grau de dificuldade: fácil.

ENEM 2011- GRAU DE DIFICULDADE



ENEM 2011 - CONHECIMENTO ESPECÍFICO

- Questões que requerem conhecimento específico do ensino médio
- Questões que não requerem conhecimento específico do ensino médio

