

Minicurso de nivelamento de pré-cálculo: 2017.1

Quinta-feira

Resolva os exercícios abaixo, tomando bastante cuidado na maneira de escrever a resolução dos mesmos. Não use a calculadora, a idéia é que você treine e se prepare para a matéria que vai aprender nas disciplinas introdutórias oferecidas pela UAMat. Essa lista é parte do que você deve saber para cursá-las com sucesso!

Questão 1. Calcule os seguintes produtos:

(a) $\left(-\frac{mn}{2}\right) \cdot \left(\frac{m}{7}\right)$

(b) $\left(\frac{9}{4}am^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{9}a^2b^2\right)$

(c) $-12mnp \cdot \left(-\frac{2}{3}m^2n\right) \cdot (5np)$

Questão 2. Calcule os quocientes:

(a) $\left(\frac{2}{7}a^4x^3\right) \div \left(\frac{4}{7}ax^2\right)$

(b) $(a^4b^4) \div (-4a^2b^2)$

(c) $\left(-\frac{1}{2}an^6\right) \div \left(-\frac{1}{8}an^5\right)$

Questão 3. Simplifique:

(a) $(5x - 3x^2) + (4 - 5x) - (6x^2 - 4x - 5) + (4 - 4x)$

(b) $-6 \cdot (x - 1 + x^2) - (5x^2 + x - 2) - 6$

(c) $4u + 3 \cdot [u - (2v + 3u) - 3v] - 6v$

(d) $8x^2 - (10 - 5x + x^2) - 3 \cdot [x - (2 + x^2)]$

Questão 4. Simplifique as expressões algébricas, considerando os denominadores diferentes de zero:

(a) $\frac{10a^3b^3 + 8ab^2}{2ab^2}$

(b) $\frac{9x^2y^3 - 6x^3y^2}{3x^2y}$

Questão 5. Simplifique as expressões dadas removendo sempre que possível os radicais:

(a) $\sqrt[4]{283}$

(b) $\sqrt[3]{\frac{54}{64}}$

(c) $\sqrt{196x^{-6} \cdot y^2}$

(d) $\sqrt[18]{2^6 \cdot 3^{12}}$

(e) $\sqrt{29 - \sqrt{13 + \sqrt[3]{24 + \sqrt{9}}}}$

(f) $\sqrt[3]{x^5y - 3x^4y^2 + 3x^3y^3 - x^2y^4}$

Questão 6. Efetue a divisão:

(a) De $3x^2 - 2x - 214$ por $x - 3$

(b) De $10t^3 - 11t^2 - 25t - 25$ por $2t - 5$

(c) De $5y^4 + 21y^3 - y + 17$ por $y + 4$

Questão 7. fatore os polinômios, colocando em evidência o fator comum em cada um deles:

(a) $4r + 12$

(b) $a^3 - 4a^2$

(c) $x^3 + x^2$

(d) $x^4 - 2x^3 + x^2 + x$

(e) $x^2 - xy$

(f) $6x^2y^2 - 9x^2y + 15xy^2$

Questão 8. Simplifique as frações algébricas, considerando que os denominadores não são nulos:

(a) $\frac{x^3 + 5x}{x^2 + 5}$

(b) $\frac{5x + 35}{x^2 + 14x + 49}$

(c) $\frac{2x^2 + 4x + 2}{x^2 - 1}$

(d) $\frac{12m^2x}{10mx^2}$

(e) $\frac{x^2y^2 - 1}{2xy + 2}$

Questão 9. Efetue as operações indicadas no numerador e no denominador das frações abaixo e em seguida simplifique cada uma. Considere que os denominadores são não nulos.

(a) $\frac{x^2 + (y + x)(x + y) + xy}{2y + 2x}$

(b) $\frac{(x - y)^2 - y^2}{x(x - 4) - 4(y^2 - x)}$

(c) $\frac{(x + y)^3 - 2y(y + x)^2}{(x + y)(x - y)}$

Questão 10. Fatore as expressões abaixo:

(a) $9x^2 + 12x + 4$

(b) $4 + 28x + 49x^2$

(c) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

(d) $25x^2 - 4$

(e) $64z^2 - 81$

(f) $x^2 - y^2$

(g) $27x^3 + 8$

(h) $1000z^3 + 1$

(i) $x^3 - y^3$

Questão 11. Determine o maior conjunto dos números reais para o qual as expressões abaixo façam sentido:

(a) $\sqrt{y - 2}$

(b) $\frac{2}{\sqrt[3]{x - 2}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt[4]{3x - 9}}$

(d) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{3 - x}$

Questão 12. Racionalize o numerador ou o denominador e simplifique o resultado:

(a) $\frac{x}{\sqrt{x - 2}}$

(b) $\frac{x\sqrt{x^2 + 4}}{3}$

(c) $\frac{x}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

(d) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{x}$

Questão 13. Escreva o polinômio do 2º grau como o produto de dois fatores do 1º grau:

(a) $x^2 - 4x + 4$

(b) $4x^2 + 4x + 1$

(c) $x^2 - 4xy + 4y^2$

(d) $a^2b^2 - 2abc + c^2$

Questão 14. Nas expressões abaixo determine o valor de x e y , onde $x, y \in \mathbb{N}$.

(a) $2^x \cdot 2^2 \cdot 2^3 = 2^9$

(b) $\left(\frac{1}{2}\right)^y \cdot 2^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = \left(\frac{1}{2}\right)^9$

(c) $(2^x)^{x-1} = 4$

(d) $3^x \cdot \frac{1}{3} \cdot 3^2 = 9$

(e) $11^{2x+5} = 1$

(f) $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$

Questão 15. Resolva as desigualdades e indique graficamente a solução:

(a) $|x| < 3$

(b) $1 > |2 - x| \geq 5$

(c) $|x + 3| < 7$

(d) $\left|\frac{x-2}{-3}\right| \geq 3$

(e) $\left|a - \frac{3x}{2}\right| > b, b > 0$

Questão 16. Determine os zeros dos polinômios dados:

(a) $x^2 - 7x$

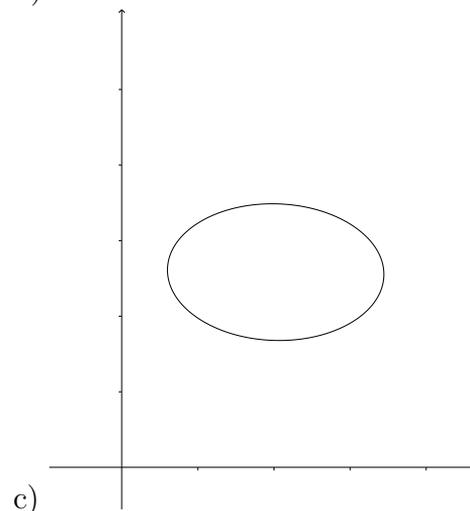
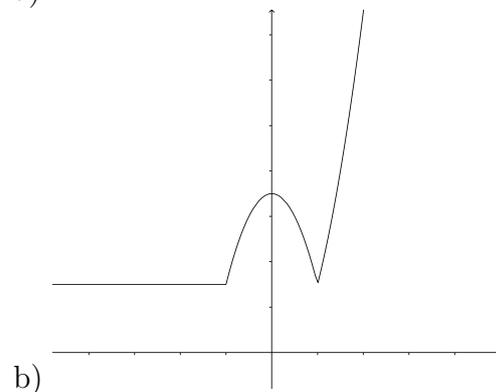
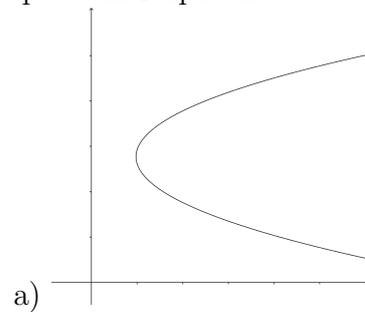
(b) $x^2 - 16$

(c) $x^3 + 27$

(d) $x^2 - 5x + 6$

(e) $x^3 - x^2 - 4x + 4$

Questão 17. Quais dos gráficos abaixo são gráficos de funções e quais não são? Justifique suas respostas.



Questão 18. Determine os zeros das seguintes funções:

(a) $f(x) = x - 4$

(b) $f(x) = x^2 - 7x + 12$

(c) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$

Questão 19. Identifique cada função como uma função constante, linear, de potência, polinômio (estabeleça seu grau), racional, algébrica, trigonométrica, exponencial ou logarítmica. Lembre-se de que algumas funções podem se encaixar em mais de uma categoria.

(a) $f(x) = 2x + 5$

(b) $g(x) = \sqrt[5]{x}$

(c) $h(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$

(d) $p(x) = 8^x$

(e) $\varphi(x) = \arctan(\pi x)$

(f) $u(x) = \log_3(t + 7)$

Questão 20. Determine o domínio e a imagem de cada função:

(a) $f(x) = 1 + x^2$

(b) $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

(c) $f(t) = \frac{3}{\sqrt{t}}$

(d) $f(w) = \sqrt{4 - w^2}$

(e) $f(z) = \frac{1}{1 + \sqrt{z}}$

(f) $f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$

Questão 21. Considere a função $y = \sqrt{\frac{1}{x} - 1}$. Justifique sua resposta em cada item abaixo.

(a) x pode ser negativo?

(b) x pode ser igual a 0?

(c) x pode ser menor do que 1?

(d) x pode ser maior do que ou igual a 1?

Questão 22. Faça o gráfico das seguintes funções:

(a) $f(x) = x$

(b) $f(x) = x + 3$

(c) $f(x) = x^2$

(d) $f(x) = \sqrt{x}$

Questão 23. Represente graficamente as funções abaixo. Existem simetrias entre os gráficos? Em caso positivo, quais são elas? Especifique os intervalos dentro dos quais a função é crescente e aqueles em que ela é decrescente.

(a) $y = -x^3$

(b) $y = -\frac{1}{x}$

(c) $y = \sqrt{|x|}$

(d) $y = -x^{\frac{3}{2}}$

Questão 24. Determine quais das seguintes funções são pares, ímpares ou nenhuma delas.

(a) $f(x) = 5$

(b) $g(x) = x^2 + 1$

(c) $h(x) = 2x + 1$

(d) $\varphi(x) = x$

(e) $v(x) = x^3$

Questão 25. faça a representação gráficas funções abaixo, em seguida diga em cada caso se a função é crescente ou decrescente e justifique sua resposta.

(a) $f(x) = 2^x$

(b) $f(x) = (2^{-3})^x$

(c) $f(x) = 2^x + 1$

(d) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

(e) $h(x) = \begin{cases} -x+1, & \text{se } x < -2 \\ x^2 - 1, & \text{se } -2 \leq x \leq 1 \\ -x+1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$

(f) $f(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{5}{2}x + 1, & \text{se } x \geq 0 \\ x+2, & \text{se } -x < 0 \end{cases}$

(g) $g(x) = \begin{cases} -1, & \text{se } x < -\pi \\ \text{sen}(x), & \text{se } -\pi \leq x \leq \pi \\ 1, & \text{se } x > \pi \end{cases}$

Questão 26. Resolva as equações:

(a) $3 \cdot 2^{x+1} - 4 \cdot 2^{x-2} - 6 \cdot 2^x = -4$

(b) $2 \cdot 3^{x-1} = 9^x - 7$

(c) $5 + 25^x = 6 \cdot 5^x$

Questão 27. Resolva as inequações:

(a) $(0,7)^x \leq \frac{7}{10}$

(b) $36^{\left(\frac{x}{3}-1\right)} > 6^{x+1}$

(c) $\frac{1}{3} \leq 3^{-x} < 9^{x+1}$

(d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x} > \left(\frac{1}{3}\right)^2$