UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA

GRUPO PET - MATEMÁTICA - UFCG

TUTOR: Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho

BOLSISTA: Ismael Sandro da Silva

Análise da abordagem do tema função exponencial em um livro didático

Introdução

O conteúdo de Matemática do ensino médio demanda certas especificidades conceituais. Não que a matéria exposta nesse nível contemple o rigor acentuado requerido em certas teorias matemáticas. Todavia, deve apresentar um perfil mais estruturado que o "ingênuo" modelo construído em anos precedentes - Por exemplo, a introdução da linguagem dos conjuntos, a abordagem mais formal dado aos números, etc.

Sob estas especificidades, um livro didático de Matemática para o ensino médio deve fornecer subsídios aos professores e alunos, quer sejam teóricos ou práticos, para o estudo da matéria que assistam aos três aspetos inerentes à Matemática desta etapa do ensino, a saber, a conceituação, a manipulação, e as aplicações. Vide [3].

O presente trabalho será uma análise de um capítulo que trata de função exponencial em um livro didático. Os critérios de avaliação têm por fundamentação teórica as referências bibliográficas [2], [3] e [4] e visam à contemplação dos três aspectos supracitados. No tocante à conceituação, considerar-se-ão a fundamentação teórica do conteúdo (disposição das definições, demonstrações e conteúdos trabalhados) e a contextualização com temas correlacionados. No referente à manipulação e aplicações (onde também influirão as contextualizações), a estruturação e adequação dos exemplos e exercícios.

Comentários iniciais

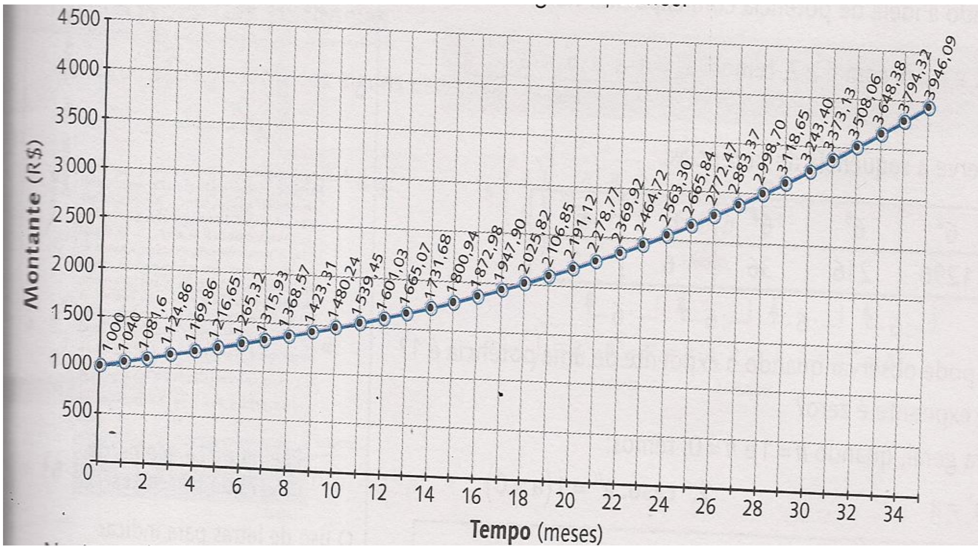
O conjunto geral do conteúdo exposto no capítulo analisado – no concernente à organização e uma apresentação para alunos de ensino médio - não apresenta equívocos alarmantes, ainda que haja alguns Detalhes em que sejam cabíveis alguns comentários, como se verá na análise que segue. A ordem do conteúdo exposto no capítulo é coerente com a natureza da matéria. Por exemplo, o estudo das (in)equações exponenciais é retardado para após o das funções exponenciais como convém, uma vez que a injetividade da função exponencial é o que possibilita a resolução precisa das (in)equações exponenciais.

Como veremos, os conceitos são, em geral, precedidos por exemplos concretos e algumas contextualizações para "dar sentido" ao que estar sendo ministrado no capítulo. Os comentários de caráter mais específicos do conteúdo serão feitos ao longo desta análise.

TÓPICO 1: Introdução

A introdução geral do capítulo está respaldada numa aplicação do estudo das funções exponenciais à Matemática financeira, um exemplo cotidiano que pode facilitar a compreensão das peculiaridades desse tipo de função.

O exemplo escolhido foi o de uma aplicação de capital a um sistema de juros compostos. São feitos alguns comentários sobre a maneira de calcular o montante em cada período de tempo e exibe-se um gráfico (Figura 1.1) da situação em questão, talvez para oferecer uma visão inicial do crescimento exponencial.



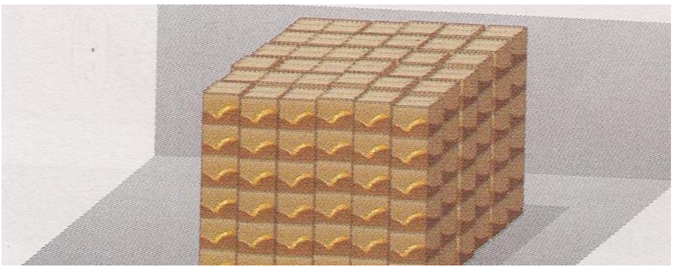
(Figura 1.1)

A estratégia do autor foi interessante, pois, além de se ter feito menção de como se calcular o montante do capital aplicado, no exemplo dado, realçou-se o fato de a variável ser um expoente. A única observação que temos a fazer deste tópico é quanto a uma lista de questões que consta ao final da introdução. Uma das questões propõe que se determine a caracterização das funções exponenciais e estabeleça-se a diferença entre funções exponenciais e quadráticas. Neste nível da apresentação, não se há condições para se fazer isso com precisão, é preciso conhecer a definição – que ainda não foi dada nessa parte do capítulo – para se destacar aquilo que se chama caracterização da função exponencial. Para maiores detalhes indicamos [2]. Aliás: quando se define função exponencial no capítulo que estamos analisando o autor não destacou a caracterização das funções exponenciais.

TÓPICO 2: Potências

2.1 – Potência com expoente natural

Anterior à definição de funções exponenciais – mostrada na (Figura 4.1) – o autor apresenta o conceito de potenciação, que interfere diretamente no modo como é definida uma função exponencial e na estruturação de suas propriedades. Em virtude desse aspecto, é pertinente uma apresentação coerente desse conceito. O ponto inicial da apresentação do autor sobre o tema é feito de modo simples, mas interessante, pois o autor recorreu a uma ideia simples, mas correta: Ilustrando com um exemplo concreto, apresentou a ideia de potência como multiplicação de fatores iguais e ainda aludiu a uma noção geométrica. O modelo escolhido pelo autor foi uma forma adequada de se introduzir esse tema, uma vez que faz menção às diversas interpretações do conceito em questão e faz uso de noções que devem ser do conhecimento do aluno de ensino médio. O exemplo em questão é o de amontoamento em lotes de livro em uma gráfica. (Figura 2.1).



(Figura 2.1)

Por fim, o ponto que provavelmente exija maior cautela nesta seção: como definir potências do tipo a^0? (para o livro, $0 \in \mathbb{N}$). Vejamos como o autor procedeu. Esse ponto foi motivado pela ideia de que a^0 pode ser visto como a/a, uma maneira adequada por permitir que se tenha um significado para a definição de a^0sem desconsiderar a noção inicial de potências. Em se tratando de alunos de ensino médio, é necessário trazer à tona estes sutis detalhes.

2.2 - Potência com expoente inteiro

A fim de estender o conceito de potência para o universo dos números inteiros, a primeira necessidade que se aponta é a definição de potências com expoente negativo. A estratégia adotada pelo autor foi motivar a definição desse tipo de potências por intermédio de um caso particular, respaldado em um questionamento de como se obter os valores de potências com expoentes inteiros negativos conhecendo-se os valores das potências com expoentes inteiros positivos (Figura 2.2). O método adotado pelo autor, mesmo convencional, permite que o aluno possa melhor assimilar tal definição, isto porque, novamente, o autor promove um questionamento de como se definir algo sem desconectar-se de noções previamente estabelecidas criando, assim, conexão entre os temas. Por isso, consideramos como apropriada a estratégia do autor.

5^3	5^2	5^1	5^0	5^{-1}	5^{-2}	5^{-3}
125	25	5	1	?	?	?

:5 :5 :5 :5 :5 :5

(Figura 2.2)

2.3 - Propriedade das potências

A dedução das propriedades foi realizada embasada por um caso particular de cada propriedade, mas não se registra as provas das mesmas. Eventualmente, o objetivo de um tópico destes, em um livro direcionado ao estudo no ensino médio, é apresentar as propriedades de potências para aplicá-las em exemplos práticos e não, prioritariamente, prová-las. Entretanto, seria conveniente apresentar a demonstração de ao menos uma delas como ilustração. Ademais, dentro do modelo adotado pelo autor, todos os exemplos são de potências com expoentes inteiros positivos e, contudo, as propriedades são generalizadas para expoentes inteiros. Atitudes desse cunho são recorrentemente criticadas em [3] por transmitirem uma visão equivocada do modo de se obter resultados matemáticos, não se pode tirar conclusões sem se respaldar num argumento lógico.

1ª lista de exercícios propostos

Ao concluir os tópicos precedentes o livro menciona alguns exemplos simples de exercícios e propõe uma lista de exercícios para fixação do conteúdo visto até o momento. Os exercícios desta seção são, na maioria, manipulativos, possivelmente por serem os iniciais e terem a função de propiciar um primeiro contato do aluno com conceito de potências. Dentre eles, constam duas contextualizações simples, mas que não denotam nenhum descaso com a matéria exposta até o momento, uma vez que marcam o estágio inicial do capítulo.

2.4 – Potência com expoente racional

A princípio, o primeiro questionamento que se estabelece ao nos depararmos com potências do tipo $(a)^{m/n}$ é a definição geral dessa expressão. Motivar a definição de potências desse tipo sem, contudo, alterar o sentido de potências com expoentes inteiros é, ao menos, curioso, pois, qual seria o significado de multiplicar um número a, m/n vezes? Mediante este aspecto, o autor recorre a um método pertinente: exemplificando com um caso particular, motiva a definição geral. A tática é interessante, pois permite uma visão mais explícita da definição. Uma observação que se pode fazer deste tópico é a de que, na meia página dedicada a este tópico, não se menciona as propriedades de potências com expoente racional, isto é, o fato de que as propriedades já estabelecidas para potências com expoentes inteiros continuam válidas, com isto o autor abdica da oportunidade de mencionar as propriedades de radiciação (lembre que a definição de $(a)^{m/n}$ é a raiz "enésima" raiz de a^m). Baseado no exposto faz-se necessário o destaque das propriedades de potências com expoentes racionais.

2.5 – Potência com expoente real

De modo geral, o conteúdo deste tópico visa à extensão do conceito de potência com expoente, estritamente, racionais para potências com expoentes reais expondo sobre as potências em que o expoente é um número irracional. O autor utilizou a estratégia de estimar os valores de potências com expoentes irracionais por potências com expoentes racionais próximos do número irracional em questão. O método fornece uma noção plausível desse tipo de potência por realçar o caráter irracional do expoente.

Há uma incompatibilidade com os resultados expostos no livro e uma afirmação feita neste tópico. Em um determinado trecho encontramos "Como as propriedades mencionadas anteriormente valem para potências com expoentes racionais e irracionais valem...". As propriedades a que o autor se referia aqui são aquelas omitidas no tópico de potências com expoente racional que destacamos na seção 2.4 desta análise. É válido reforçar que as demonstrações das ditas propriedades não correspondem ao objetivo principal da exposição do capítulo, inclusive algumas das demonstrações não seriam propícias ao nível de ensino médio por fazerem uso de conceitos não trabalhados nesta etapa. Contudo, é cabível uma ou outra demonstração. Segue ainda: admitindo algumas propriedades como válidas, as demais são conseqüências diretas destas. Vejamos um exemplo de como se poderia ter procedido.

Quociente de potências de mesma base: $a^r/a^s = a^{r-s}$.

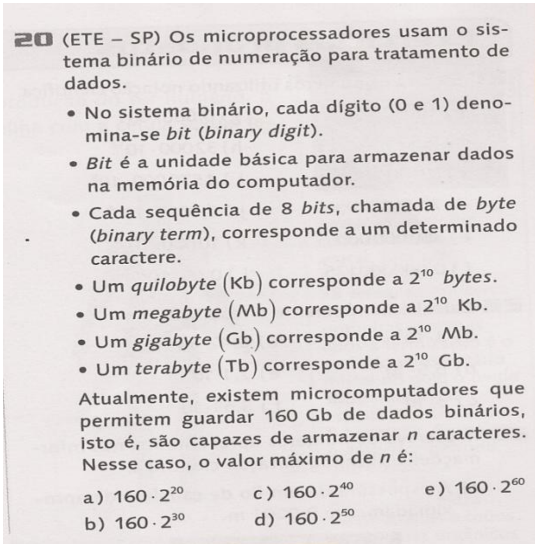
Considerando que $a^r.a^s = a^{r+s}$ *e que* $a^{-r} = \frac{1}{a^r}$ $\forall\, r,s \in \mathbb{Q}$, *dado* $a \in \mathbb{R}$, *pode-se com simplicidade mostrar que* ${a^r}/{a^s} = a^{r-s}$. *Basta fazermos*

$$ {a^r}/{a^s} = a^r.\frac{1}{a^s} = a^r.a^{-s} = a^{r+(-s)} = a^{r-s}. $$

Não estamos sendo apologistas de uma construção rigorosamente formalista da matéria nesse nível de estudo, mas observa-se que o fato de construir ideias como a construída acima atribuiria um perfil mais persuasivo aos resultados, pode-se alegar a admissão das propriedades $a^r.a^s = a^{r+s}$ e $a^{-r} = 1/a^r$ como um forma de preservar as propriedades já conhecidas para potências com expoentes inteiros e proceder como indicado. Em se tratando de potências com expoentes reais, as potências com expoentes irracionais não são o único ponto que podem promover questionamento. Nesse sentido, podemos destacar os bons exemplos dados nesse tópico do livro, como o de como se calcular $8^{0,333\ldots}$. O exemplo é adequado, porquanto chama a atenção para outro ponto que pode promover dúvidas aos alunos.

2ª lista de exercícios propostos

Os exercícios que seguem após os últimos tópicos analisados são estritamente manipulativos, excetuando-se parcialmente o último, que faz menção ao sistema binário de numeração utilizado no ramo computacional (Figura 2.3). Porém, no tocante à resolução, é essencialmente manipulativo. Este fator não confirma necessariamente um desfalque da matéria, uma vez que o papel dos conteúdos precedentes aos exercícios é basicamente auxiliar na compreensão das propriedades da função exponencial, tema central do capítulo. Por fim, deve-se considerar que estamos no ponto que trata de propriedades de potências e a finalidade é de que se aprenda a aplicar tais propriedades em ocasiões práticas.



20 (ETE – SP) Os microprocessadores usam o sistema binário de numeração para tratamento de dados.

- No sistema binário, cada dígito (0 e 1) denomina-se *bit* (*binary digit*).
- *Bit* é a unidade básica para armazenar dados na memória do computador.
- Cada sequência de 8 *bits*, chamada de *byte* (*binary term*), corresponde a um determinado caractere.
- Um *quilobyte* (Kb) corresponde a 2^{10} *bytes*.
- Um *megabyte* (Mb) corresponde a 2^{10} Kb.
- Um *gigabyte* (Gb) corresponde a 2^{10} Mb.
- Um *terabyte* (Tb) corresponde a 2^{10} Gb.

Atualmente, existem microcomputadores que permitem guardar 160 Gb de dados binários, isto é, são capazes de armazenar *n* caracteres. Nesse caso, o valor máximo de *n* é:

a) $160 \cdot 2^{20}$ c) $160 \cdot 2^{40}$ e) $160 \cdot 2^{60}$
b) $160 \cdot 2^{30}$ d) $160 \cdot 2^{50}$

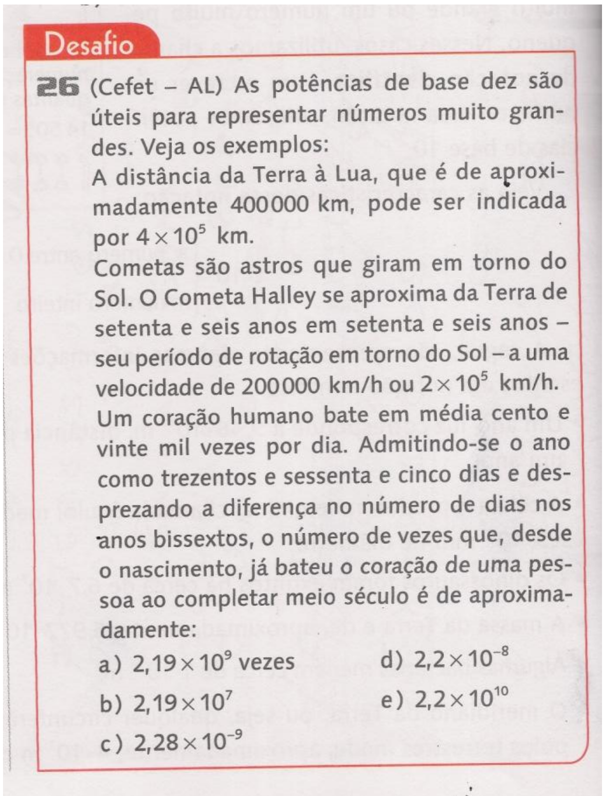
(Figura 2.3)

TÓPICO 3: Notação científica

O autor discorre, num pequeno espaço, sobre notação científica: um artifício para notar números extremamente grandes ou pequenos como potências de dez gerando mais praticidade em manipulações. Não há observações notáveis a se fazer. No modelo sintético adotado pelo autor, os exemplos práticos – e também interdisciplinares – ilustram a utilização dessa ferramenta em outras ciências, como a biologia, física, etc. Poderia ter feito um exemplo ilustrando como esse artifício pode facilitar certos cálculos, nada que configure uma irregularidade conceitual.

3ª lista de exercícios propostos

Segue-se uma pequena lista de seis exercícios após a curta seção sobre notação científica. Todos os exercícios são simples de serem elucidados. O que se destaca fica por conta das contextualizações que constam nesses exercícios, mas que, mesmo contendo essas contextualizações, em termos de resolução, não constituem um grande desafio técnico ao aluno (Figura 3.1).



Desafio

26 (Cefet – AL) As potências de base dez são úteis para representar números muito grandes. Veja os exemplos:

A distância da Terra à Lua, que é de aproximadamente 400000 km, pode ser indicada por 4×10^5 km.

Cometas são astros que giram em torno do Sol. O Cometa Halley se aproxima da Terra de setenta e seis anos em setenta e seis anos – seu período de rotação em torno do Sol – a uma velocidade de 200000 km/h ou 2×10^5 km/h.

Um coração humano bate em média cento e vinte mil vezes por dia. Admitindo-se o ano como trezentos e sessenta e cinco dias e desprezando a diferença no número de dias nos anos bissextos, o número de vezes que, desde o nascimento, já bateu o coração de uma pessoa ao completar meio século é de aproximadamente:

a) $2{,}19 \times 10^9$ vezes
b) $2{,}19 \times 10^7$
c) $2{,}28 \times 10^{-9}$
d) $2{,}2 \times 10^{-8}$
e) $2{,}2 \times 10^{10}$

(Figura 3.1)

TÓPICO 4: Função exponencial

O discurso motivacional da definição de função exponencial baseia-se em uma situação presente no estudo da biologia que pode ser modelada por funções exponenciais, a saber, a contagem de células no desenvolvimento embrionário humano. A quantidade de células dobra a cada certo número de divisões no processo mitótico. Esta característica é o que possibilita a modelagem feita. O exemplo foi interessante, uma vez que alude à caracterização das funções exponenciais e faz referência a um tema da biologia. A definição de função exponencial dada está correta, porquanto contém domínio e contradomínio corretos e destaca a necessidade da base da potência que é lei da função exponencial ser um número real positivo diferente de um (Figura 4.1). Um ponto positivo são os comentários feitos após a definição, que esclarecem sobre as exigências de base da potência que é lei da função exponencial ser um número real positivo e diferente de um. Um ponto negativo é o de que não se destaca a caracterização das funções exponenciais. Evidentemente, este resultado, em todo seu rigor e generalidade, não caberia ao público-alvo do livro, mas poderia se destacar o fato de que essa categoria de funções caracteriza-se por transformar soma em produto, isto é, $f(x+y) = f(x).f(y)$. Embora esta ideia esteja implícita na resolução de exercícios, não se extingui a possibilidade de registrar como resultado este fato. Consideremos o problema abaixo como exemplo para vir como esse resultado pode ser útil.

Chamamos **função exponencial** toda função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ definida por $f(x) = a^x$ ou $y = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$.

(Figura 4.1)

Problema: *Suponhamos que uma população de bactérias quadruplique a cada hora. Seja P a população inicial dessa bactéria, após t horas qual a população P(t) dessa bactéria?*

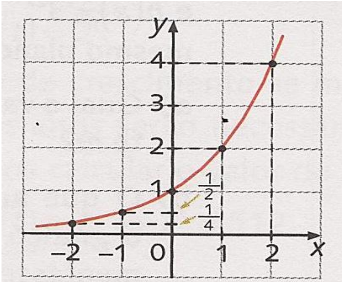
Como solução tem-se uma relação exponencial entre as grandezas ($P(t)=P.4^t$), pois, após cada hora, a população presente fica *multiplicada* por 4, isto é exatamente o que caracteriza uma função exponencial: transformar soma em produto. Esse tipo de problema é recorrente no capítulo que estamos analisando e a resolução fica evidente quando se conhece a caracterização da função exponencial como vimos. Por fim, vale uma ressalva aos bons exemplos pós-definição, que abordam o conceito de "meia-vida" de uma substância e não contém fórmulas pré-determinadas nos enunciados. Seria uma boa oportunidade para ter citado a caracterização das funções exponenciais.

4ª lista de exercícios propostos

O pequeno conjunto dessa lista exercícios são todos simples de resolver, mas trazem exemplos da presença de funções exponenciais em situações concretas. A necessidade desta etapa é a fixação da definição, por isso, os problemas estão adequados.

4.1 – Gráfico da função exponencial

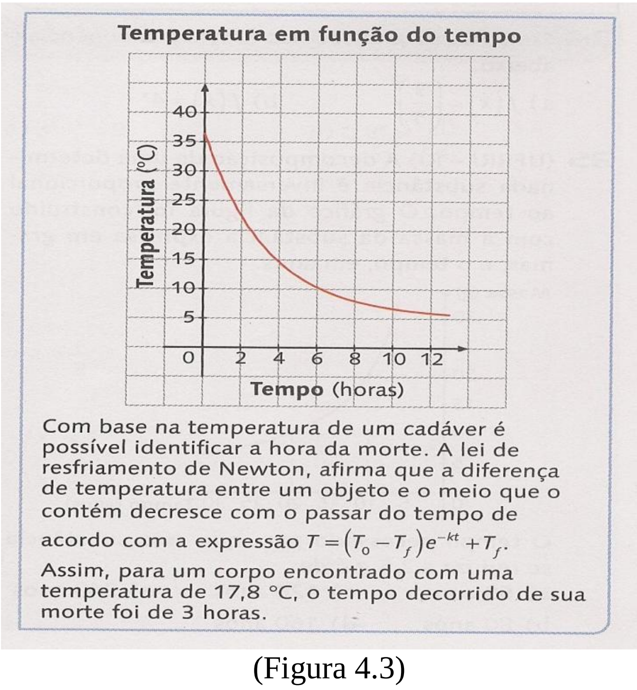
O autor se utiliza do típico método da marcação de pares ordenados (*x, f(x))* para esboçar os gráficos de funções exponenciais. Mesmo simples e conceitualmente insuficiente para garantir a forma do gráfico, esse método é adequado ao público, pois oferece uma visão intuitiva da forma do gráfico através das marcações dos pontos no plano cartesiano. Esboçar os gráficos numa malha quadriculada, numa perspectiva didática, foi um artifício eficiente, porque realça a não linearidade do gráfico (Figura 4.2). Mesmo dando apenas dois exemplos, além de uma aplicação, não há enormes deficiências na escolha do autor, visto que os exemplos dados são um, de uma função crescente, e outro de uma função decrescente – ilustrando assim os dois possíveis casos – e há ainda um quadro-resumo do processo para a construção do gráfico.



(Figura 4.2)

Em cada um dos exemplos dados neste tópico do livro repetem-se duas perguntas sobre o gráfico em questão. Uma delas carece de uma observação. Nos dois casos pergunta-se sobre uma base do logaritmo. Ora, não se falou sobre logaritmos ainda neste capítulo. Com efeito, este é um tema a ser abordado no capítulo seguinte. Talvez se trate de um erro de digitação. Não temos registros de edições posteriores à analisada para ratificarmos.

Neste tópico do livro é dado como exemplo de uma aplicação o gráfico de uma expressão exponencial que permite o cálculo da hora da morte de um ser com base na temperatura de um cadáver (Figura 4.3). Nele aparece o número *e* sem o devido destaque, ou seja, não se evidencia o fato de esse número ter grande importância no estudo das funções exponenciais e em nenhum outro ponto do capítulo analisado foi citado ou comentado acerca deste número. Discutiremos um pouco sobre este número na próxima seção para que você leitor possa perceber o interesse de se destacar esse tema no estudo das funções exponenciais.



(Figura 4.3)

O número *e*

O número *e* é a base da função cognominada função exponencial natural. Esse número é um número irracional cuja aproximação com vinte e três casas decimais exatas é dada abaixo. Para maiores detalhes ver [1].

$$\boldsymbol{e \approx 2{,}71828182845904523536028}$$

O interesse de se estudar essa função dá-se pelas inúmeras aplicações e contribuições à matemática. Aos leitores mais experientes, não é preciso reforçar a grande influência deste número em cursos como o de cálculo ou equações diferenciais. Um fato interessante é a interpretação geométrica desse número. A título de curiosidade, a área delimitada pelo gráfico da função $f(x) = {}^{1}\!/_{x}$ e o eixo *x* do ponto 1 ao ponto e^{a} é *a*. Vejamos um exemplo da aplicação da função exponencial natural abaixo. Para maiores detalhes ver [4].

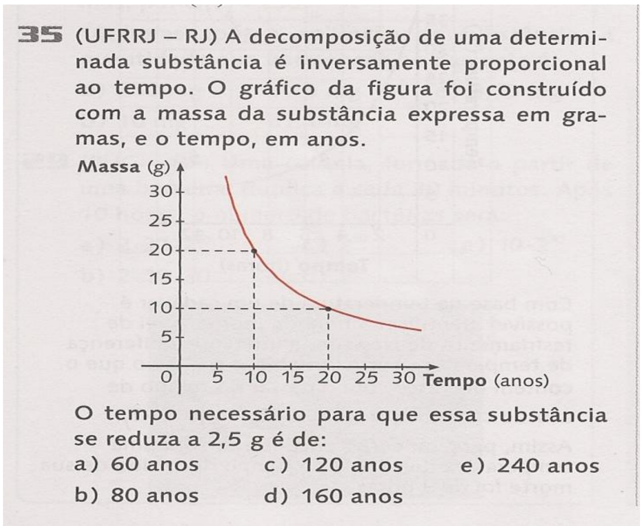
Exemplo:

Consideremos que um investidor aplique um capital C a uma taxa de T% (T/100) ao ano. Ao final do ano o investidor obterá um montante de C.(1+T%) reais. Se ele subdividir em n parcelas o resgate desse capital durante o ano o resgate final será de C.$[1 + (T\%/n)]^n$ *reais. Por exemplo, se o investidor retirar o capital no primeiro semestre e reaplicá-lo, ao final do ano, receberá C.*$[1 + (T\% \,/2)]^2$ *reais. O fato de interesse é que, quanto maior for n, mais o resgate final se aproxima de C.*$e^{T\%}$.

O exemplo acima ilustra como a função exponencial está presente em situações realísticas. Talvez o autor do livro tivesse deixado pra falar do número quando falasse dos logaritmos, mas o autor também não fez isso. O que marca a omissão de um tema importante e interessante: o número *e*.

5ª lista de exercícios propostos

A lista de exercícios sobre o gráfico de uma função exponencial é pequena, mas contém exercícios bem selecionados, pois nem todas são meramente de construção de gráficos. Em alguns deles não constam fórmulas matemáticas e são solicitadas propriedades da função exponencial e cálculos a partir do gráfico, o que faz com que o aluno tenha contato com as diversas interpretações de um gráfico (Figura 4.4). Por isso, os exercícios estão adequados.


35 (UFRRJ – RJ) A decomposição de uma determinada substância é inversamente proporcional ao tempo. O gráfico da figura foi construído com a massa da substância expressa em gramas, e o tempo, em anos.

O tempo necessário para que essa substância se reduza a 2,5 g é de:

a) 60 anos
b) 80 anos
c) 120 anos
d) 160 anos
e) 240 anos

(Figura 4.4)

TÓPICO 5: Equações exponenciais

Este tópico e o que trata das inequações talvez confiram aos pontos mais manipulativos do estudo de funções exponenciais. Conforme consta em análises desses temas registradas em [3], os principais aspectos teóricos destes assuntos é o destaque da injetividade da função exponencial para resolução das equações e o do crescimento dessa função para resolução das inequações. Nos dois casos, o autor do capítulo analisado teve o cuidado de registrar estes aspectos contemplando, assim, as necessidades conceituais desses temas. Mediante este fator, o complemento da análise destes tópicos ater-se-á à análise dos exercícios.

6ª lista de exercícios propostos

Mesmo se tratando de um ponto sugestivamente manipulativo os exercícios desta seção estão adequados, os mesmos não se reduzem a meras manipulações de expressão matemáticas "misteriosas". O autor incluiu exercícios envolvendo conceitos de geometria plana, exercícios em que é necessário modelar o problema e ainda há um deles que sugere a elaboração de um problema, isto dá uma oportunidade aos alunos de esboçar sua compreensão e habilidade com o tema. Um exercício classificado como desafio consta ao final dessa lista. Na verdade, o problema requer a solução de uma equação exponencial e não figura necessariamente um desafio. Ao leitor, tente resolvê-lo abaixo e realize suas inferências.

Desafio: (UFV-MG**)** *Seja a função* $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, definida por* $f(x) = 3^x$. *Determine os valores de* $x \in \mathbb{R}$ *tais que* $f(x+1) + f(-x+4) = 36$.

É preciso cautela para classificar algum problema como desafio, pois muitas das vezes esse tipo de classificação inibe o aluno. Se você leitor tentou resolver o problema acima deve ter notado que o mesmo se reduz a uma equação exponencial típica, inclusive de um modelo destacado nos exemplos prévios dados pelo autor no início deste tópico do livro.

TÓPICO 6: Inequação exponencial

O comentário sobre o conteúdo deste tópico foi assinalado no tópico 5.

7ª lista de exercícios propostos

Excetuando-se os três últimos exercícios dos quatorzes que compõe a lista, todos são de caráter manipulativo. Não estamos querendo alegar que os exercícios desta seção estão inadequados, mesmo que na maioria sejam simples as respectivas soluções, vale que a seção marca, muito provavelmente, o primeiro contato dos alunos com esse conteúdo e as manipulações servem para promover segurança e habilidade no conteúdo. Os últimos exercícios responsabilizam-se por completar o aprendizado com ideias mais contextuais.

Após esta lista de exercício seguem três tópicos adicionais identificadas por "Saiba mais", "Conectando ideias" e "Prepare-se", este traz questões de vestibulares e, os anteriores, aplicações do estudo das funções exponenciais. Estes tópicos não contêm exposições de conteúdos, são apenas de leitura e exercícios complementares. Servem para complementar a construção do capítulo, pois dificilmente se trabalha estes tópicos num curso para ensino médio. Os temas escolhidos são interessantes por seus perfis interdisciplinares e, com isso, reforçarem as aplicações dos estudos matemáticos.

Considerações finais

Os conteúdos presentes no capítulo analisado foram discorridos de modo sintético pelo autor. Em toda construção do capítulo não consta a rigor nenhuma demonstração, de certo, não são o foco do capítulo. mas como mencionado anteriormente, poderia ter se citado alguma ou, ao menos, apresentado uma justificativa mais informal de alguns resultados.

Pela matéria e maneira de construção que marcam o capítulo e embasados pelas referências bibliográficas que fundamentaram esta análise, consideramos a abordagem do tema função exponencial nesse livro didático como adequada. Apesar de termos assinalado sugestões no desenvolvimento do trabalho, um professor pode, perfeitamente, adotar a referida abordagem como referência para um curso complementando a matéria do capítulo analisado com alguns exercícios adicionais ou notas de aulas pessoais. A proposta dessas sugestões que destacamos é apenas a de contribuir com o trabalho do autor de produzir um livro didático para o ensino médio – alvo de “autodidatas de plantão” e demais interessados – onde é necessário um material acessível, mas que contemple a essência Matemática, facultando um estudo profícuo e sólido.

Referências Bibliográficas

[1] BURTON, David M. *The history of mathematics: an introduction*. *6th ed.* New York*:* Mc Graw Hill, 2007.

[2] LIMA, et al. *A Matemática do Ensino Médio. 9ª edição.* Coleção do Professor de Matemática; v.1. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

[3] LIMA, et al. *Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio.* Rio de Janeiro: SBM, 2001.

[4] LIMA, Elon Lages. *Logaritmos.* Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

,