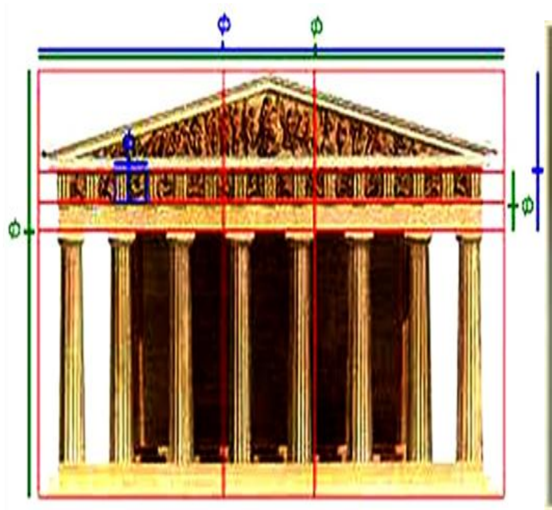
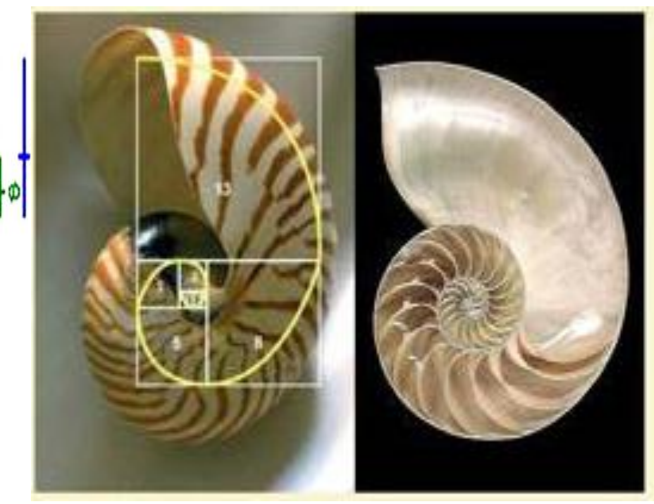
EM BUSCA DA BELEZA MATEMATICAMENTE PERFEITA

CAVALCANTE, Felipe Barbosa (Bolsista PET); CUNHA, Arthur Cavalcante (Bolsista PET); MENESES, João Paulo Formiga de (Bolsista PET); PATRICIO, Geovany Fernandes (Bolsisita PET); MORAIS FILHO, Daniel C. de (Orientador)
Universidade Federal de Campina Grande
arthur@dme.ufcg.edu.br; geovany@dme.ufcg.edu.br*;* jpaulo@dme.ufcg.edu.br; felipeb@dme.ufcg.edu.br; *daniel@dme.ufcg.edu.br*

INTRODUÇÃO

Qual a relação entre o *Partenon* grego, O *Homem Vitruviano de Leonardo da Vinci* (1452-1519) e a maneira como cresce a bela concha de um caramujo da espécie *Náutilos*?

Incrivelmente, esses objetos, tão distintos em suas essências, apresentam segmentos de retas e características onde naturalmente encontramos a chamada *razão áurea*, que gera o conhecido *número de ouro*. Essa constante, representada pela letra grega φ, em homenagem a Phideas (480-430 a.C.), arquiteto do *Partenon*, é um número irracional e representa o status dos que buscam uma beleza matematicamente perfeita, a que deve respeitar a razão áurea. Justamente por isso, e também por surgir em várias circunstâncias de toda natureza, essa constante tornou-se objeto de estudo de diversos artistas e cientistas e são inúmeras suas aplicações à Arte e às mais variadas ciências, como Biologia, Música, Arquitetura, Matemática, etc.

OBJETIVOS

Nosso objetivo nesse trabalho será exibir algumas técnicas matemáticas para obtenção do número de ouro e ver a relação dessa constante com a bastante estudada *Sequência de Fibonacci*, criada pelo matemático Fibonacci (Leonardo de Pisa) (1170-1250), em um problema proposto por ele sobre a reprodução de coelhos. Em um momento de nosso estudo, aplicamos técnicas da Álgebra Linear para encontrarmos a expressão do termo geral dessa sequência, comprovando a enorme diversidade de aplicações dessas técnicas.

METODOLOGIA

Tratando-se de uma pesquisa de natureza bibliográfica, nosso trabalho foi desenvolvido com base em livros e artigos científicos. Seguindo as diretrizes de uma das atividades do Grupo PET-Matemática UFCG, na qual há o incentivo a leitura de textos acadêmicos em língua estrangeira e a produção de textos didáticos motivadores, grande parte das referências utilizadas foram em inglês.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

O número de ouro (ou razão áurea) é representado pela fração $\frac{a}{b}$, tal que

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b}$$

Donde

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} + 1$$

Fazendo $\varphi = \frac{a}{b}$, temos que φ é raiz da equação $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$, e portanto

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

A sequência

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \ldots$$

é conhecida como sequência de Fibonacci (1170 - 1250) e é definida recursivamente por

$$F_0 = 0, F_1 = 1$$
$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ se } n \geq 2$$

Teorema:

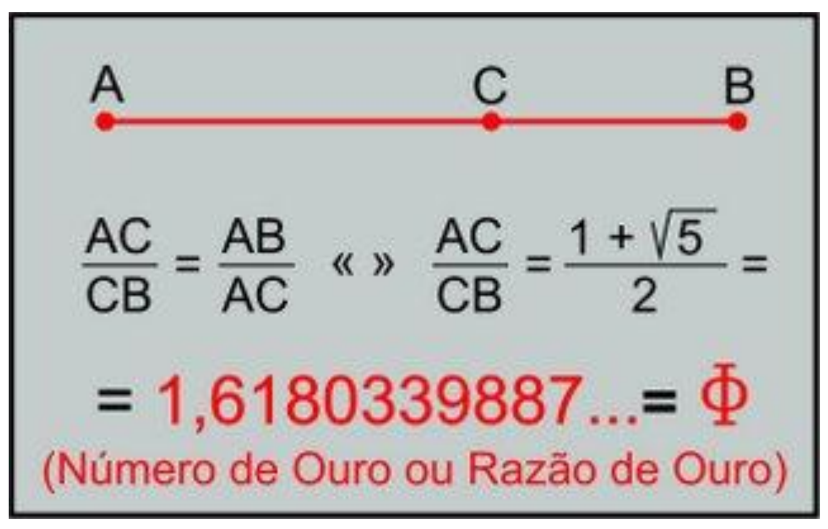
Sendo $F_n = \frac{(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n}{2^n\sqrt{5}}$ o n-ésimo termo da sequência de Fibonacci (resultado obtido com o uso da Álgebra Linear) , temos

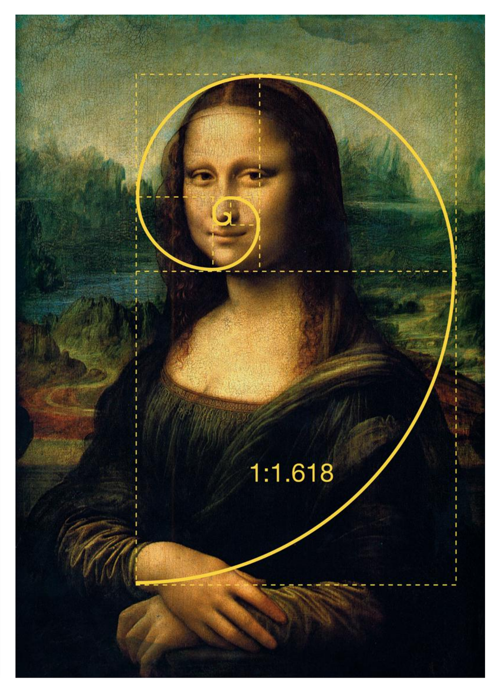
$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

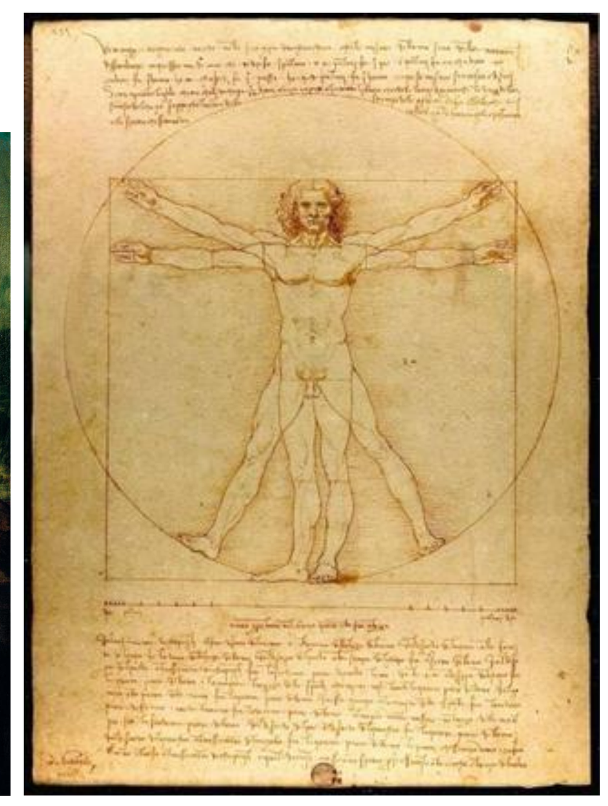
Demonstração:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(1+\sqrt{5})^{n+1} - (1-\sqrt{5})^{n+1}}{2^{n+1}\sqrt{5}} \frac{2^n\sqrt{5}}{(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n} =$$

$$\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty} \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^{n+1} - \left(1-\sqrt{5}\right)^{n+1}}{\left(1+\sqrt{5}\right)^n - \left(1-\sqrt{5}\right)^n} = \frac{1}{2}\lim_{n\to\infty} \frac{\left(1+\sqrt{5}\right) - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right)^n\left(1-\sqrt{5}\right)}{1 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right)^n} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \varphi$$







REFERÊNCIAS

Ghyka, M. The Geomatry of Art and Life. New York: Dover Publication, 1977

Gherzhoy, P. Fibonacci Numbers: An Application of Linear Algebra. Honolulu: University of Hawaii, 2009
Partenon. http://pt.wikipedia.org/wiki/Partenon. 16 jul. 2013.

Polster, B. Q.E.D .: Beauty in Mathematical Proof. New York: Walker & Company, 2004.

Série Arte & Matemática: O número de Ouro. http://www.youtube.com/watch?v=8cN_FAnFTie.16 Jul. 2013

The Fibonacci Quartely: Official Publication of The Fibonacci Association. http://www.fq.math.ca.15 Ago. 2013

The Vitruvian Man. http://leonardodavinci.stanford.edu/submissions/clabaugh/history/leonard.html 20 Ago.2013

Zippin, L. The Self Perpetuating Golden Rectangle.In: Zippin, L. Uses of Infinity. New York: Dover Publications,2000.p. 75-95.