



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA
GRUPO PET – MATEMÁTICA – UFCG

Uma Introdução às Equações Diferenciais Parciais e a Teoria do Grau Topológico

Orientador: Prof. Dr. Romildo Nascimento de Lima

Discente: Marcelo Vítor de O. Silva

CAMPINA GRANDE

Maio /2025



TÍTULO: Uma Introdução às Equações Diferenciais Parciais e a Teoria do Grau Topológico.

INTRODUÇÃO: Dentro da Matemática, as Equações Diferenciais Parciais têm um papel relevante na ligação e interação com outras Ciências, desde sua origem em problemas ligados à Física e recentemente como ferramenta indispensável à Biologia com todas suas ramificações, compartilhando amplamente com alguns ramos da Engenharia, Química e Economia. Desta forma, a motivação para este projeto surgiu na busca por compreender de forma abrangente alguns fenômenos da natureza que são modelados pelas Equações Diferenciais Parciais. Neste sentido, tornou-se necessário o estudo mais aprofundado a respeito das EDP's, observando suas propriedades, características e posteriores aplicações em alguns ramos científicos, principalmente relacionados à Engenharia.

Investigaremos ainda a Teoria do Grau Topológico de Brouwer, um instrumento poderoso da Análise não-linear. Inicialmente, revisamos resultados fundamentais de Análise no \mathbb{R}^n , que servirão como base para a construção do grau topológico. Ao longo do desenvolvimento, construímos formalmente a função grau e exploramos suas principais aplicações, destacando-se o célebre Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, que garante a existência de pontos fixos para certas classes de funções. Este estudo não apenas ilustra a elegância teórica do grau topológico, mas também evidencia sua utilidade na resolução de problemas não lineares em análise, geometria e física-matemática.

OBJETIVOS: Estudar, com riqueza de detalhes, os fundamentos das Equações do Calor, da Onda e de Laplace, destacando as diversas aplicações relacionadas a tais tipos de Equações Diferenciais Parciais. Tal estudo aparecerá naturalmente após o estudo detalhado de elementos básicos da Análise de Fourier, tais elementos são às Séries de Fourier e a Transformada de Fourier. Além disso, construir formalmente a função grau e explorar suas



principais aplicações, destacando-se o célebre Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, que garante a existência de pontos fixos para certas classes de funções.

OBJETIVOS GERAIS: Os objetivos gerais deste trabalho são realizar um estudo aprofundado das Equações Diferenciais Parciais clássicas — notadamente as Equações do Calor, da Onda e de Laplace — enfatizando tanto os aspectos teóricos quanto as aplicações práticas dessas equações em contextos relevantes da matemática e da física. Para isso, será adotada como base conceitual a Análise de Fourier, cujos principais elementos, como as Séries de Fourier e a Transformada de Fourier, serão explorados de forma detalhada, visando sua utilização direta na resolução e interpretação dessas equações. Além disso, o trabalho busca desenvolver rigorosamente a construção da função grau, uma ferramenta fundamental na topologia, e examinar suas aplicações centrais, com destaque para o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer, o qual garante a existência de pontos fixos sob determinadas condições e possui implicações profundas em diversas áreas da matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS: Como objetivo específico, pretende-se apresentar e desenvolver os principais conceitos da Análise de Fourier, com ênfase nas Séries de Fourier e na Transformada de Fourier, aplicando esses fundamentos na formulação e resolução das Equações do Calor, da Onda e de Laplace. Além disso, busca-se analisar as aplicações teóricas e práticas dessas equações em diversos contextos matemáticos e físicos. Por fim, propõe-se construir formalmente a função grau, discutir suas principais propriedades e explorar o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer como uma de suas aplicações mais relevantes.

JUSTIFICATIVA DA PESQUISA: Equações Diferenciais Parciais e a Teoria do Grau Topológico são extremamente importantes para o desenvolvimento científico e tecnológico no mundo atual, estando presente fortemente nas diversas ciências do mundo contemporâneo.



PROGRAMA DE ESTUDO: Durante este projeto pretendemos estudar os seguintes tópicos:

- 1- *Séries de Fourier*
- 2- *Equação do Calor*
- 3- *Equação da Onda*
- 4- *Transformada de Fourier*
- 5- *Equação de Laplace*
- 6- *Teoria do Grau*

METODOLOGIA: O programa será desenvolvido através de seminários semanais onde o aluno apresentará todo o conteúdo ao professor. Nestes seminários, orientador e orientando debaterão sobre um assunto previamente determinado, com isto o professor avaliará melhor o andamento do programa.

CRONOGRAMA: Para o desenvolvimento do projeto temos o seguinte cronograma:

- Maio e Junho 2025:** Séries de Fourier
- Julho e Agosto 2025:** Equação do Calor
- Setembro e Outubro 2025:** Equação das Ondas
- Novembro e Dezembro 2025:** Transformada de Fourier
- Fevereiro e Março 2026:** Equação de Laplace
- Abril a Outubro 2026:** Teoria do Grau

BIBLIOGRAFIA:

- 1 - ASPÉRTI, A. C.; MERCURI, F. *Topologia e geometria das curvas planas*. Rio de Janeiro: IMPA, 1981.
- 2 - BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.



- 3 - BRONSON, R.; COSTA, G. B. *Equações diferenciais*. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.
- 4 - DEIMLING, K. *Nonlinear functional analysis*. New York: Springer-Verlag, 1980.
- 5 - FIGUEIREDO, D. G. *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2005.
- 6 - GUIDORIZZI, H. L. *Um curso de cálculo*. Vol. 4. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- 7 - HOFFMAN, K.; KUNZE, R. *Álgebra linear*. São Paulo: Polígono, 1971.
- 8 - IÓRIO, V. *EDP: um curso de graduação*. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2010.
- 9 - LIMA, E. L. *Curso de análise*. Vol. 1. Rio de Janeiro: IMPA, 1976.
- 10 - LIMA, E. L. *Curso de análise*. Vol. 2. Rio de Janeiro: IMPA, 1981.
- 11 - LIMA, E. L. *Topologia dos espaços métricos*. Rio de Janeiro: IMPA, 1977.
- 12 - NAGLE, R. K.; SAFF, E. B.; SNIDER, A. D. *Equações diferenciais*. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2013.
- 13 - NETO, A. L. *Funções de uma variável complexa*. Rio de Janeiro: IMPA, 1993.
- 14 - WHEEDEN, R. L.; ZYGMUND, A. *Measure and integration*. New York: Marcel Dekker, 1977.
- 15 - ZILL, D. G. *Equações diferenciais com aplicações em modelagem*. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.
- 16 - ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. *Equações diferenciais*. Vol. 1 e 2. 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

Visto

TUTOR.

3

gov.br

Documento assinado digitalmente
ROMILDO NASCIMENTO DE LIMA
Data: 15/05/2025 20:47:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Romildo Nascimento Lima



Marcelo V. de Oliveira Silva

Marcelo Vitor de Oliveira Silva

[Signature]

Tutor do PET- Matemática-UFCC:

Prof. Dr. Daniel Cordeiro de Morais Filho

1 - BRONKHORST, G. *Elementary Algebra*. Amsterdam: North-Holland, 1978.

2 - FREUDENTHAL, H. *Elementary Mathematics*. Dordrecht: Reidel, 1973.

3 - GILBERT, J. *Elementary Mathematics*. London: Methuen, 1959.

4 - HILBERT, D. *Foundations of Geometry*. New York: Dover, 1963.

5 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

6 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

7 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

8 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

9 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

10 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

11 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

12 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

13 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

14 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

15 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

16 - KURATOWSKI, J. *Topology*. Warszawa: PWN, 1966.

[Handwritten notes]

Resumo / Assinatura Lima