

# Uma aplicação não muito convencional da Topologia na Aritmética: uma demonstração da infinitude dos números primos

Bruna Alves da Silva Santos\*

Unidade Acadêmica de Matemática  
Universidade Federal de Campina Grande  
Campina Grande-PB, Brasil

Matheus da Silva Nascimento†

Unidade Acadêmica de Matemática  
Universidade Federal de Campina Grande  
Campina Grande-PB, Brasil

Daniel Cordeiro de Moraes Filho‡

Unidade Acadêmica de Matemática  
Universidade Federal de Campina Grande  
Campina Grande-PB, Brasil

## Resumo

O historiador matemático Howerd Eves (1911-2004) assegura em [5], que o primeiro artigo dedicado totalmente à Topologia foi publicado em 1885, sob autoria de Henri Poincaré (1854-1912), um dos últimos polimáticos da Era Moderna, e tinha como título *Analysis Situs* [3]. Após esse artigo, a Topologia evoluiu enormemente e tornou-se indispensável para dar suporte teórico, rigor e entendimento às demais áreas da Matemática, com linguagem e características próprias. Um aluno da Graduação em Matemática toma contato com a Topologia ao estudar, na Análise Real, as propriedades de subconjuntos da reta real. Em geral, pode ficar a falsa impressão de que conjuntos abertos, fechados, compactos, etc. carregam em si a propriedade do continuum, visualmente, como os intervalos abertos da reta. Neste trabalho, desenvolvido pelo Grupo PET-Matemática-UFCG, e orientado pelo Prof. Daniel Cordeiro, indo de encontro à impressão relatada acima, apresentaremos a demonstração do famoso teorema de Euclides sobre a infinitude dos números primos [6] usando métodos topológicos. A demonstração, feita por Hillel Fürstenberg (1935-) no artigo *On the infinitude of primes* [1], não apenas deixa clara a genialidade do autor, como encanta pela maneira inusitada de usar, a linguagem topológica no conjunto dos números inteiros. Como exemplo da versatilidade da Topologia, define-se conjuntos abertos e fechados no conjunto dos números inteiros, alertando aos alunos que esses tipos de conjunto podem ser discretos, bem diferentes do que ocorre com o continuum dos intervalos abertos.

**Palavras-chave:** Números primos; Topologia; Conjuntos abertos.

## Referências

- [1] FURSTENBERG, H. *On the infinitude of primes*. The American Mathematical Monthly, v. 62, n. 5, p. 353, 1955.
- [2] LIMA, E. L. *Elementos de topologia geral*, textos universitários. SBM, 2009.
- [3] POINCARÉ, H. *Analysis situs*. Gauthier-Villars Paris, France, 1895.
- [4] ZIEGLER, G. M. and HOFMANN, K. H. *Proofs from the Book*. Springer, 2014.
- [5] EVES, H. W. *Introdução à história da matemática*. Unicamp, 2011.
- [6] BICUDO, I. *Os Elementos*. Unesp, 2009.

---

\*e-mail: [bruna.silva@estudante.ufcg.edu.br](mailto:bruna.silva@estudante.ufcg.edu.br); Parcialmente financiada pelo MEC/FNDE/PET

†e-mail: [matheus.s.nascimento@estudante.ufcg.edu.br](mailto:matheus.s.nascimento@estudante.ufcg.edu.br); Parcialmente financiado pelo MEC/FNDE/PET

‡e-mail: [daniel@mat.ufcg.edu.br](mailto:daniel@mat.ufcg.edu.br); Parcialmente financiado pelo MEC/FNDE/PET