MUSEU DA MATEMÁTICA: COMO ERAM CALCULADAS AS RAÍZES QUADRADAS ANTES DA INVENÇÃO DAS MÁQUINAS DE CALCULAR

Isabella Tito de Oliveira Silva
Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
isabelltito76@gmail.com
Parcialmente financiada pelo PET/FNDE/MEC
Jonas Barros Lima de Medeiros
Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
jonaslima1101@outlook.com
Parcialmente financiado pelo PET/FNDE/MEC
Matheus da Silva Nascimento
Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
matheus.nascimenttoo@gmail.com
Parcialmente financiado pelo PET/FNDE/MEC
Daniel Cordeiro de Morais Filho
Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
demoraisfilho@gmail.com
Parcialmente financiado pelo PET/FNDE/MEC

Resumo

O que é um museu? Ouvindo essa pergunta associamos a algo antigo, não mais utilizado. O dicionário Houaiss ([3]) define museu: instituição responsável por coletar, expor, conservar e estudar objetos de valor artístico ou histórico. E o que você imagina que exista em um Museu da Matemática? Nossa pergunta vai além, não falamos apenas de objetos concretos, mas também de assuntos do passado, retirados dos currículos atuais. Ao longo da história**,** a Matemática evoluiu muito. Com o avanço e facilidade da Tecnologia, alguns métodos matemáticos de cálculos com números, antes ensinados em livros e nas escolas, perderam seu uso. Esses assuntos juntam-se às fórmulas, tábuas logarítmicas, e aos métodos para o cálculo de raízes; todos viraram "peças" do "museu de assuntos matemáticos". Neste trabalho, fruto de uma atividade do PET – Matemática – UFCG, sob orientação do Prof. Daniel Cordeiro, apresentaremos o Algoritmo da Raiz Quadrada, assunto antigamente ensinado em todo livro de Matemática da Escola Básica. A partir dos anos 70, com a fácil difusão das calculadoras portáteis, esse assunto não fazia mais sentido em constar nos currículos. Fica a pergunta: como se fazia para extrair raízes quadradas sem calculadoras ou tabelas, usando apenas operações básicas? Esse tema, além de interdisciplinar com a História, pode ser usado em sala de aula, como atividade extra, e os professores podem levar os alunos a exercitarem seu raciocínio lógico, revisar operações básicas e compreender que o cálculo de uma raiz quadrada teve uma história, e vai muito além do simples digitar de botões em um celular.

Palavras-chave: Raiz quadrada; Calculadora; Algoritmo; História; Operações Básicas.

1 Introdução

Os teoremas de Tales (*c*. 625 a.C. - 558 a. C.) e o de Pitágoras (570 a.C. – 490 a.C.), os mais conhecidos de toda Matemática, que constam hoje obrigatoriamente em qualquer currículo básico de Matemática mundo afora, são os mesmos teoremas da época de seus descobridores, há pelo menos 26 séculos atrás. E há 26 séculos que esses teoremas são ensinados ininterruptamente por professores nas suas escolas para milhões de alunos que o utilizam nas mais diversas circunstâncias. Fatos como esse ocorrem com resultados matemáticos, as "verdades matemáticas" parecem ser imutáveis e pode-se pensar que o mesmo ocorre com o interesse e praticidade de aplicação desses resultados.

Mas isso não é verdade. Procedimentos matemáticos, em especial, os de cálculos com números mudaram bastante ao longo dos séculos: sistemas numéricos, algoritmos de adição, multiplicação, divisão, extração de raízes, etc todos eles foram aperfeiçoados, buscando-se praticidade, facilidade de uso e economia de tempo.

É importante ter em mente que, a partir da metade do século passado, com a invenção dos computadores eletrônicos, o mundo inteiro, inclusive o Ensino e os currículos mudaram muito. Isso afetou em especial a Matemática, e essa mudança atingiu fortemente o Ensino de Matemática a partir dos anos 70 do século passado, quando se difundiram as calculadoras eletrônicas. Assuntos como tábuas de logaritmos, mantissas, algumas tabelas, certas fórmulas matemáticas, etc passaram para o que chamamos neste artigo, "Museu da Matemática", não um museu físico, mas um museu de assuntos escolares que não mais constam nos livros didáticos matemáticos.

Para fazer esse artigo, nos inspiramos na máxima: "Um museu ensina muito", e vamos ver o que esse "nosso museu" tem a ensinar.

Hoje, a maioria da população tem acesso ao celular e, com ele, a uma calculadora eletrônica, que fornece todos os cálculos numéricos e valores de funções usadas em todo Ensino Básico. Pode-se nem sentir, mas é preciso pensar e perguntar como esses cálculos eram feitos há 30, 40, 50 anos atrás.

Como, por exemplo, encontrar $\sqrt{1465}$ sem tocar em uma calculadora?

O impacto dessa pergunta carrega consigo questionamentos que podem suscitar o interesse histórico que, por sua vez, pode ser usado para ensinar aos alunos como seus avós e antepassados faziam para encontrar essas raízes, e incentivá-los para se interessarem por métodos e questionamentos matemáticos interdisciplinares e extracurriculares.

Neste artigo, vamos resgatar o método de extração de raiz quadrada que era ensinado nas escolas e constava nos livros didáticos de Matemática até o final dos anos 70 do século XX.

Esse resgate de caráter histórico proporciona uma fonte riquíssima de ideias para os professores, factível de ser usada dentro de sala de aula e levar seus alunos a perceberem alguns métodos de cálculo matemático não usual, a evolução histórica de ideias e as comodidades proporcionadas pelos recursos tecnológicos atuais.

Como exemplo de alguns livros antigos e o que constavam neles, no Livro *Matemática Álgebra e Geometria* ([1]) e no livro de *Trigonometria Elementar* ([2]), que são livros de ensino de Matemática anteriores à década de 70, quando não havia fácil acesso às calculadoras portáteis, podemos encontrar assuntos relacionados às Tábuas de Logaritmo, mantissas e alguns métodos para calcular raiz quadrada. Novamente frisamos que esses assuntos não mais aparecem nos livros e nem nas aulas ministradas pelos professores, hoje em dia, devido a facilidade inerente ao uso das calculadoras o que é perfeitamente aceitável.

Mas a pergunta que nos interessa é a formulada anteriormente:

Como, por exemplo, encontrar $\sqrt{1465}$ sem tocar em uma calculadora?

O presente trabalho, oriundo de uma atividade do PET – Matemática – UFCG, sob orientação do Prof. Daniel Cordeiro, tem como objetivo, baseado em contextos históricos e através do Algoritmo da Raiz Quadrada, resgatar uma maneira admirável de calcular a raiz quadrada de números naturais, hoje, peça do “Museu da Matemática”. Vamos conosco na visitação de uma “sala” desse “museu” e, para isso, usaremos o recurso semiótico das cores.

2 Desenvolvimento

No decorrer do trabalho, explicaremos passo a passo a forma de calcular a raiz de um número natural utilizando o Algoritmo da Raiz Quadrada. Dispondo de alguns exemplos, evidenciamos o processo explicitando suas particularidades, que podem ser aplicadas no caso geral.

Primeiramente, antes de explicarmos o método em si, devemos conceituar alguns termos que serão primordiais para formação da estrutura do algoritmo (Figura 1). Desse modo, definimos

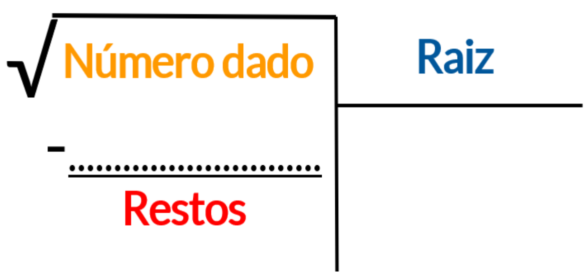
Número dado: o número do qual desejamos extrair a raiz quadrada;

Raiz: o resultado que vamos construindo ao longo das etapas;

Restos: os valores que restam das subtrações que são necessárias durante o decorrer das etapas;

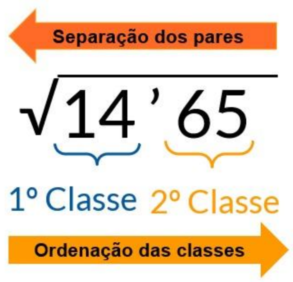
C*lasses:* são os agrupamentos de dois em dois algarismos da direita para a esquerda feitos no número dado e indicadas por apóstrofos. Elas são ordenadas da esquerda para direita, ou seja, a primeira classe será o último agrupamento feito, podendo apenas essa ter um ou dois algarismos. A segunda classe será o próximo par de algarismos e assim por diante. (Figura 2)

Figura 1:



Fonte: Autoral

Figura 2:



Fonte: Autoral

Vejamos como calcular a raiz quadrada de 1465. Escolhemos esse número, pois abrange com clareza os detalhes do método.

1º etapa: Devemos separar o número dado em classes (14’65), onde 14 é a primeira e 65 a segunda classe;

2º etapa: Procuramos um número natural que ao quadrado seja menor e mais se aproxime do valor da primeira classe (14). Esse número será o primeiro algarismo da raiz. Nesse caso o algarismo procurado é o 3, pois

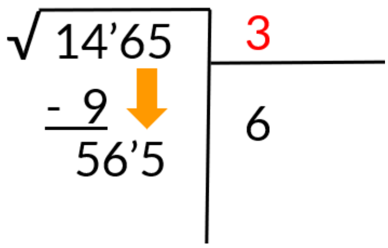
$$3^2 = 9. \qquad (I)$$

3º etapa: Subtraímos da primeira classe o valor encontrado em (I) e obteremos o primeiro resto.

$$14 - (3^2) = 14 - 9 = 5.$$

4º etapa: Ao lado direito do resto (5) colocaremos a segunda classe (65) e vamos separar o último algarismo à direita com um apóstrofo (56'5). A figura 3 representa da *1º* até a *4º etapa.*

Figura 3:



Fonte: Autoral

5º etapa: No número que acabamos de formar (56’5), dividimos o valor que está à esquerda do apóstrofo (56) pelo dobro do primeiro algarismo da raiz (3), isto é,

$$56 \div (2 \cdot 3) = 56 \div 6 \simeq 9{,}3.$$

6º etapa: A parte inteira desse resultado será o segundo algarismo da raiz, caso a seguinte desigualdade seja satisfeita

$$\big((10 \cdot 2 \cdot R) + A\big) \cdot A \leq Resto. \qquad (II)$$

onde R e A são respectivamente o número na raiz e o próximo algarismo a ser acrescentado à direita da raiz.

Caso a desigualdade não seja satisfeita, diminuímos uma unidade da parte inteira do resultado encontrado na *5º etapa* até que (II) seja satisfeita.

Neste exemplo, considerando 9 o segundo algarismo da raiz, a desigualdade (II) não será satisfeita, visto que

$$((10 \cdot 2 \cdot 3)\ +\ 9)\ \cdot\ 9\ =\ 621\ >\ 565.$$

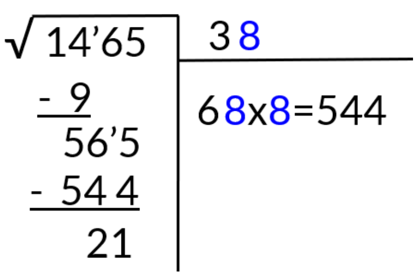
Assim, iremos diminuir uma unidade e tentaremos novamente com o 8. Daí, percebe-se que desigualdade (II) é satisfeita, pois

$$\big((10 \cdot 2 \cdot 3) +\ 8\big) \cdot\ 8\ =\ 544\ <\ 565. \qquad (III)$$

Logo, 8 será o segundo algarismo procurado, ficando ao todo 38 na raiz.

7º etapa: Do resto (565) subtraímos o valor que está do lado esquerdo em (III), obtendo o novo resto (21). A figura 4 representa da *5º* até a *7º etapa.*

Figura 4:



Fonte: Autoral

8º etapa: Como já utilizamos de todas as classes do número dado (1465), finalizamos a operação e concluímos que

$$\sqrt{1465}\ \simeq\ 38.$$

Usamos o símbolo de aproximação, pois o resto obtido (21) foi diferente de zero.

Mas, será que conseguimos encontrar as casas decimais?

Outra grande vantagem do Algoritmo da Raiz Quadrada é que podemos encontrar uma aproximação maior com casas decimais. Vejamos como prosseguir usando o exemplo anterior:

9º etapa: Acrescentamos uma vírgula à direita da raiz (38,) e no resto (21) acrescentamos dois zeros a direita (2100), separando o último com um apóstrofo (210’0). No número que acabamos de formar, dividimos o valor que está à esquerda do apóstrofo (210) pelo dobro da raiz (38), donde,

$$210 \div (38 \cdot 2) = 210 \div 76 \simeq 2{,}7.$$

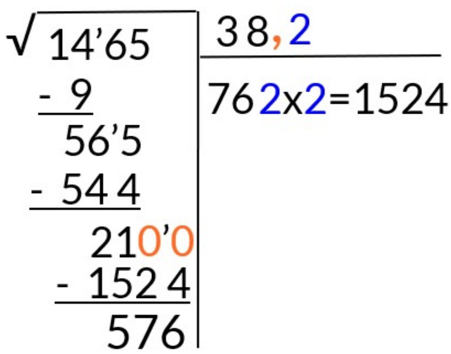
10º etapa: A parte inteira desse resultado (2) será o próximo algarismo a ser acrescentado à direita da raiz, caso a desigualdade (II) seja satisfeita. Assim,

$$\big((10 \cdot 2 \cdot 38) + 2\big) \cdot 2 = 1524 \leq 2100. \qquad (IV)$$

Logo, 2 é algarismo procurado, ficando ao todo 38,2 na raiz.

11º etapa: Do resto (2100) subtraímos o valor que está do lado esquerdo em (IV), obtendo o novo resto (576). A figura 5 representa da *9º* até *11º etapa.*

Figura 5:



Fonte: Autoral

Enquanto o resto não for zero, para encontra as próximas casas decimais, basta repetir as etapas de *9º a 11º*. Caso as classes tenham terminado e o resto final seja igual a zero, dizemos que a raiz é exata. Caso contrário, a raiz é aproximada. De modo geral, seguindo todas as etapas vistas anteriormente, podemos extrair a raiz quadrada de qualquer número natural ([4]).

Sabemos que ensinar esse algoritmo em sala de aula, atualmente, não é de extrema necessidade. No entanto, é uma ótima forma de praticar o desenvolvimento de cálculos, como por exemplo as quatro operações básicas e a tabuada, sem utilizar o auxílio das tecnologias. Ainda mais, é uma notável forma de suscitar a curiosidade dos alunos sobre como eram obtidos esses resultados antigamente, já que por volta de cinco décadas atrás as pessoas não tinham fácil acesso às calculadoras e, por isso, era importante que fossem ensinados algoritmos para realização de todos os cálculos.

Nesse contexto, sugerimos que os professores ensinem esse algoritmo como um tópico extra no planejamento anual, de modo que venha a contribuir com os conteúdos programados, trazendo diversidade para o processo de ensino. Tal atividade possui uma interdisciplinaridade com a História, permitindo que os professores levem os alunos a perceberem as mudanças que a tecnologia proporciona na sociedade ao longo do tempo.

Começando com exemplos simples e aumentando a dificuldade gradativamente, é possível deixar evidente, para os alunos, as comodidades advindas da tecnologia, já que utilizar esse algoritmo para extração de raiz quadrada de um número muito grande seria uma tarefa exaustiva.

O professor deve ficar à vontade para ensinar o algoritmo da maneira que achar mais adequada. No entanto, para tornar a apresentação desse assunto cada vez mais chamativa e interessante, aconselhamos montar todo o algoritmo e utilizar o efeito semiótico das cores, como fizemos nas figuras de 1 a 5, visando sempre deixar o processo o mais dinâmico possível.

3 Considerações Finais

Calcular raízes quadradas de números naturais sem o uso de calculadoras pode ser uma atividade trabalhosa e desafiadora. Entretanto, não se deve encarar o processo de extração de raízes dessa forma, pois era o que se tinha à disposição a algumas centenas de anos atrás.

Diante do que apresentamos, esperamos que se possa perceber o fato de que no decorrer dos tempos, a humanidade enfrentou desafios que**,** consequentemente**,** culminaram na criação de diversos métodos matemáticos e impulsionaram a criação de novas tecnologias. Boas ideias surgem diante das dificuldades.

Finalizando, nosso trabalho intenciona resgatar historicamente um método acessível de extração de raízes quadradas, utilizando apenas as quatro operações básicas. Isso demonstra a destreza e criatividade humana de resolver problemas de cálculo, com procedimentos que desenvolveram a Matemática e marcaram sua importância na sociedade. Desse modo, alunos do Ensino Básico e Médio estão aptos a entender e aplicar o método exposto da extração de raízes quadradas. Este resgate histórico, além de despertar o interesse didático, ajuda os professores a levarem assuntos extracurriculares para dentro da sala de aula, evidenciando e valorizando as comodidades advindas da tecnologia, que só foram possíveis de serem desenvolvidas com muito conhecimento matemático.

Referências

1. CALIOLI, Carlos. D'AMBRÓSIO, Nicolau. **MATEMÁTICA: Álgebra e Geometria.** Companhia Editora Nacional. Volume 25. São Paulo, 1941.

2. F.T.D. **Trigonometria Elementar**. Segundo o programma do Gymnasio Nacional, seguida de noções de trigonometria espherica. 2ª edição. São Paulo, 1909.

3. HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. **Dicionário Houaiss de Língua Portuguesa.** Elaborado pelo Instituto Antônio Houaiss de Lexicografia e Banco de Dados da Língua Portuguesa S/C Ltda. 3.ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.

4. SILVA, Gabriela Ferreira. **Algoritmo da Raiz Quadrada: Uma Contribuição a Somar ao Seu Aprendizado.** 2016. Dissertação (Curso de Especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Caicó, 2016.